

МОДУЛЯЦИОННЫЕ РЕЖИМЫ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ЧАСТОТЫ ФЕРРОМАГНИТНОГО ТИПА

В. П. Глущенко

В работе рассматривается два типа преобразователей частоты ферромагнитного типа: генераторы низкочастотных колебаний и ферромагнитные удвоители частоты. Простота компоновки, нечувствительность к механическим нагрузкам, надежность, стабильность характеристик, относительная безынерционность и другие положительные качества обеспечивают этим устройствам ряд преимуществ перед устройствами аналогичного назначения другого типа. Явление модуляции в указанных устройствах освещалось в работах отечественных и зарубежных авторов [1, 2, 3]. Однако вопросы теоретического обоснования явления модуляции, взаимосвязь исходных и выходных данных, математический анализ и физическая сущность явления требует дальнейшей разработки. Если

в генераторах низкочастотных колебаний модуляционные режимы используются для получения на выходе низкой частоты, то модуляция в ферромагнитных удвоителях частоты представляет собой вредное явление, которое нарушает нормальную работу устройства.

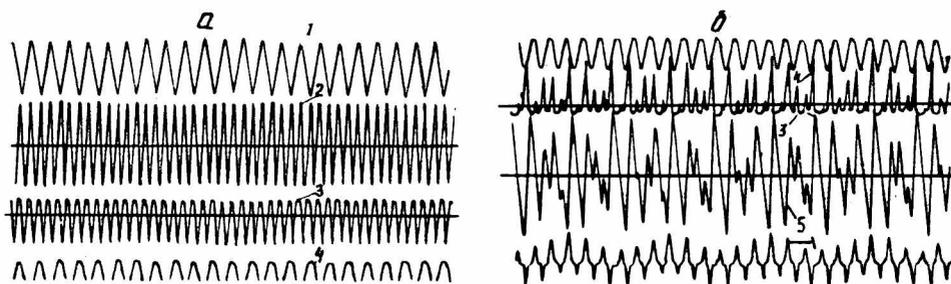


Рис. 1. Осциллограммы нелинейных колебаний в рассматриваемых устройствах.

Генераторы низкочастотных колебаний — устройства, состоящие из двух одинаковых по размеру замкнутых ферромагнитных сердечников (сечение S , длина средней линии l), на которых располагается по две обмотки с числом витков ω_1 , ω_0 , сопротивление обмоток соответственно R_1' , R_1'' . Обмотки ω_1 ; соединенные между собой параллельно или последовательно, подключаются через активное сопротивление R_1 и линейную емкость C к источнику синусоидального напряжения $\sim u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ и образуют контур переменного тока. Обмотки ω_0 , соединенные последовательно, подключаются через активное сопротивление R_0 к источнику постоянного напряжения U_0 и образуют контур управления. Обмотки контура переменного тока включаются встречно по отношению к контуру управления. Ферромагнитные удвоители частоты по сравнению с генераторами низкочастотных колебаний имеют следующие отличия: сердечники содержат третьи обмотки ω_2 , которые соединяются последовательно через линейную емкость и активное сопротивление R_2 , образуя резонансный контур. Обмотки резонансного контура включаются встречно по отношению к обмоткам контура переменного тока, линейная емкость в котором в этом случае отсутствует.

При определенном значении параметров, U_m , U_0 в рассматриваемых системах возникают модуляционные колебания амплитуд токов в контурах и напряжений на отдельных участках цепей. Период и глубина модуляции низкочастотных колебаний зависит от параметров цепей, свойств ферромагнитных материалов, размеров сердечников, U_m , U_0 , ω .

На рис. 2,а показана область модуляционных колебаний, снятая экспериментально при изменении $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и при конкретных значениях остальных параметров цепей.

На рис. 1, а; 1, б, представлены осциллограммы нелинейных колебаний в ферромагнитном удвоителе частоты: 1, 3 — токи в контуре переменного тока и резонансном контуре (i_2), 2 — кривая напряжения на обмотке резонансного контура u_L . Рис. 1, а — модуляционные колебания отсутствуют, рис. 1, б — модуляция ясно выражена. На рис. 2, в показана область модуляционных колебаний (штриховка с положительным наклоном), снятая экспериментально при изменении $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и конкретных значениях остальных параметров цепей.

Уравнение движения рассматриваемых устройств

При выводе дифференциальных уравнений зависимости между мгновенными значениями индукции B' и напряженностью H в сердечнике принимаем однозначной, аппроксимирующей функцией — гиперболический синус

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B' \tag{1}$$

(α, β — коэффициенты аппроксимации).

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа, закону полного тока, введем обозначения $\beta B'_1 = B_1$; $\beta A'_2 = B_2$; $\omega t = \tau$ введем соответствующим образом под знак производной ω, β ; после дифференцирования и ряда преобразований получим систему двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

а) для генератора низкочастотных колебаний

$$\frac{d^2(B_1 + B_2)}{d\tau^2} + \delta_1 \left[\operatorname{ch} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 + B_2)}{d\tau} + \operatorname{sh} \frac{B_1 + B_2}{2} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{sh} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} \right] + \delta_2 \operatorname{sh} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 - B_2}{2} = \delta \cos(\tau + \varphi); \tag{2}$$

$$\delta_3 \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} + \operatorname{sh} \frac{B_1 - B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 + B_2}{2} = \delta_4, \tag{3}$$

где коэффициенты $\delta, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ для случая параллельного соединения обмоток контура переменного тока

$$\delta_1 = \frac{2(R_1 + R'_1) \alpha \beta}{S \omega_1^2 \omega}; \quad \delta_2 = \frac{4 \alpha \beta}{S \omega_1^2 \omega^2 C}; \quad \delta = \frac{2 \beta U_m}{S \omega_1 \omega}; \\ \delta_3 = \frac{S \omega_0^2 \omega}{R_0 \alpha \beta} \left[1 + \frac{R_0 \omega_1^2}{2 R'_1 \omega_0^2} \right]; \quad \delta_4 = \frac{U_0 \omega_0}{R_0 \alpha l}; \tag{4}$$

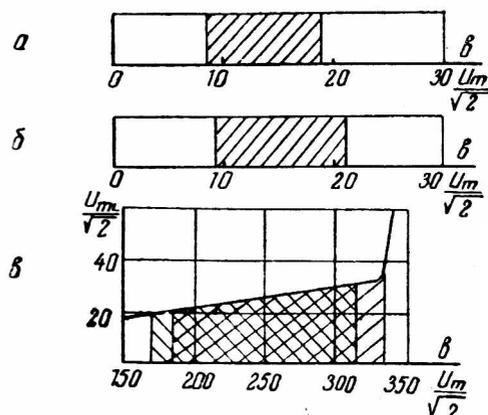


Рис. 2. Области модуляционных колебаний.

для случая последовательного соединения обмоток контура переменного тока

$$\delta_1 = \frac{R_1 a l \beta}{2S\omega_1^2 \omega}; \quad \delta_2 = \frac{a l \beta}{S\omega_1^2 \omega^2 C};$$

$$\delta = \frac{\beta U_m}{R\omega_1 \omega}; \quad \delta_3 = \frac{S\omega_0^2 \omega}{R_0 a l \beta}; \quad \delta_4 = \frac{\omega_0 U_0}{R_0 a l}; \quad (5)$$

б) для ферромагнитного удвоителя частоты:

$$\gamma_1 \frac{d(B_1 + B_2)}{d\tau} + \gamma_2 \operatorname{sh} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 - B_2}{2} = U_m \sin(\tau + \varphi); \quad (6)$$

$$\gamma_3 \frac{d^2(B_1 - B_2)}{d\tau^2} + \gamma_4 \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} + \gamma_5 \left[\operatorname{ch} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} + \right. \\ \left. + \operatorname{sh} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{sh} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 + B_2)}{d\tau} \right] + \gamma_6 \operatorname{sh} \frac{B_1 - B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 + B_2}{2} = \gamma_7, \quad (7)$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7$ для случая параллельного соединения обмоток контура переменного тока:

$$\gamma_1 = \frac{S\omega_1 \omega}{\beta}; \quad \gamma_2 = \frac{2al(2R_1 + R_1')}{\omega_1}; \\ \gamma_3 = \frac{S\omega^2}{\beta} \left[\omega_2 + \frac{2R_2}{\omega_2} \left\{ \frac{\omega_1^2}{4R_1'} + \frac{\omega_0^2}{R_0} \right\} \right]; \quad \gamma_4 = \frac{2S\omega}{\beta \omega_2 C} \left[\frac{\omega_1^2}{4R_1'} + \frac{\omega_0^2}{R_0} \right]; \quad (8) \\ \gamma_5 = \frac{R_2 a l \omega}{2\omega_2}; \quad \gamma_6 = \frac{al}{\omega_2 C}; \quad \gamma_7 = \frac{U_0 \omega_0}{R_0 \omega_2 C};$$

для случая последовательного соединения обмоток контура переменного тока:

$$\gamma_1 = \frac{S\omega_1 \omega}{\beta}; \quad \gamma_2 = \frac{R_1 a l}{\omega_1}; \quad \gamma_3 = \frac{S\omega^2}{\beta} \left[\omega_2 + \frac{2R_2 \omega_0^2}{R_0 \omega_2} \right]; \\ \gamma_4 = \frac{2S\omega_0^2 \omega}{\beta R_0 \omega_2 C}; \quad \gamma_5 = \frac{R_2 a l \omega}{2\omega_2}; \quad \gamma_6 = \frac{al}{\omega_2 C}; \quad \gamma_7 = \frac{U_0 \omega_0}{R_0 \omega_2 C}; \quad (9)$$

где B_1, B_2 — приведенные безразмерные величины мгновенного значения индукции магнитного поля в первом и втором сердечниках.

На основании выражений (4), (5), (8), (9) можно сделать вывод, что при исследовании генераторов низкочастотных колебаний и ферромагнитных удвоителей частоты устройства с параллельным и последовательным соединением обмоток переменного тока можно взаимно моделировать. Это положение полностью подтверждается экспериментально.

Статические характеристики генераторов низкочастотных колебаний и ферромагнитных удвоителей частоты

1. Согласно встречному соединению обмоток контура переменного тока по отношению к контуру управления, решение системы уравнений (2), (3) будем искать в виде

$$B_1 = B_0 + B_{m1} \sin \tau + B_{m2} \sin 2(\tau + \theta); \\ B_2 = -B_0 + B_{m1} \sin \tau - B_{m2} \sin 2(\tau + \theta), \quad (10)$$

откуда

$$B_1 + B_2 = 2B_{m1} \sin \tau; \quad B_1 - B_2 = 2B_0 + 2B_{m2} \sin 2(\tau + \theta), \quad (11)$$

где $B_0, B_{m1}, B_{m2}, \theta$ — соответственно приведенные значения постоянной составляющей, амплитуды первой и второй гармоники и начальная фаза индукции магнитного поля в сердечнике.

После подстановки (11) в (2), (3) при использовании известных разложений гиперболических функций от периодического аргумента по функциям Бесселя от чисто мнимого аргумента [2] при помощи метода гармонического баланса получим систему трех алгебраических уравнений

$$[\delta_2 \operatorname{ch} B_0 I_1(B_{m1}) I_0(B_{m2}) - B_{m1}]^2 + [2\delta_1 \operatorname{ch} B_0 I_1(B_{m1}) I_0(B_{m2})]^2 = \left[\frac{\delta}{2}\right]^2; \quad (12)$$

$$[2\delta_3 B_{m2}]^2 + [\operatorname{ch} B_0 I_0(B_{m1}) I_1(B_{m2})]^2 = [\operatorname{sh} B_0 I_0(B_{m2}) I_2(B_{m1})]^2; \quad (13)$$

$$\operatorname{sh} B_0 I_0(B_{m2}) I_0(B_{m1}) = \delta_4. \quad (14)$$

2. Несмотря на встречное соединение обмоток контура управления по отношению к резонансному контуру в последний вследствие ряда причин проникает гармоника частоты ω , т. е. в нем наводится э. д. с. гармоники частоты синусоидального напряжения, подводимого к удвоителю частоты (э. д. с. небаланса U_{m1}^*). С изменением параметров устройств, U_m, U_0 в резонансном контуре изменяется эквивалентное индуктивное сопротивление обмоток. При некотором значении параметров цепей, U_m, U_0 , в резонансном контуре с малыми значениями R_2 может иметь место феррорезонанс напряжений, т. е. амплитуда э. д. с. небаланса достигает величины одного порядка с U_m , что полностью подтверждается экспериментально. Принципиально важно то, что э. д. с. небаланса в резонансном контуре практически не равна нулю. Принимаем, что численно э. д. с. небаланса в резонансном контуре равна падению напряжения на активном сопротивлении R_2 , т. е.

$$U_{m1}^* \omega = \left| -k_5 \frac{d^2(B_1 - B_2)}{d\tau^2} - \gamma_5 \left[\operatorname{ch} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{ch} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} + \operatorname{sh} \frac{B_1 + B_2}{2} \operatorname{sh} \frac{B_1 - B_2}{2} \frac{d(B_1 + B_2)}{d\tau} \right] \right|. \quad (15)$$

$$\gamma_3 = k_3 + k_5; \quad k_3 = \frac{S\omega^2\omega_2}{\beta}$$

Согласно этому, решение для уравнений (6), (7) ищем в виде

$$\begin{aligned} B_1 &= B_0 + B_{m1 I} \sin(\tau + \varphi) + B_{m2 I} \sin 2(\tau + \theta_1); \\ B_2 &= -B_0 + B_{m1 II} \sin(\tau + \varphi) - B_{m2 II} \sin 2(\tau + \theta_2), \end{aligned} \quad (16)$$

где $B_0, B_{m1 I}, B_{m2 I}, B_{m1 II}, B_{m2 II}$ — соответственно приведенные значения постоянной составляющей, амплитуд гармоник частоты $\omega, 2\omega$, индукции магнитного поля в первом и втором сердечниках.

Полагая $B_{m1 I} + B_{m1 II} = 2B_{m1}$; $B_{m1 I} - B_{m1 II} = 2A$; $B_{m2 I} \cong B_{m2 II} = B_{m2}$; $\theta_1 \cong \theta_2 = \theta$, получим

$$\frac{B_1 + B_2}{2} = B_{m1} \sin(\tau + \varphi); \quad \frac{B_1 - B_2}{2} = B_0 + A \sin(\tau + \varphi) + B_{m2} \sin 2(\tau + \theta). \quad (17)$$

После рассуждений, аналогичных п. 1, полагая $\gamma_4 \frac{d(B_1 - B_2)}{d\tau} = 0$, т. е. что в контуре управления не наводится периодическая э. д. с. (R_0 — велико), $I_0(B_{m2}) \cong 1$ (B_{m2} — относительно мало), получим систему двух уравнений:

$$\operatorname{ch} B_0 = \frac{k_3 A \pm [U_{m1}^*]}{\gamma_6 I_1(A) I_0(B_{m2}) I_0(B_{m1})}; \quad (18)$$

$$\operatorname{sh} B_0 = \frac{\gamma_7}{\gamma_6 I_0(B_{m2}) [I_0(B_{m1}) I_0(A) + 2I_2(A) I_2(B_{m1})]} \quad (19)$$

Зависимости B_{m1} , B_{m2} , $B_0 = f\left(\frac{U_m}{\sqrt{2}}\right)$, $B_{m1} = f(B_{m2})$, $B_0 = f(B_{m1})$ определяем из уравнений (12), (14); $B_0 = f(A)$ — из уравнений (18), (19), они представляют собой статические характеристики рассматриваемых устройств.

Условие существования модуляционных колебаний

Построим зависимости $B_0 = f(B_{m1})$ и $B_0 = f(A)$ соответственно по уравнениям (12), (14) и (18), (19) для конкретных значений параметров цепей U_m , U_0 . Оказывается, что в случае модуляционных колебаний точки равновесия, представляющие собой пересечение зависимостей $B_0 = f(B_{m1})$ и $B_0 = f(A)$, лежат на падающих участках соответствующих кривых, т. е. движение происходит по замкнутым траекториям, включающим точки равновесия (решения). На рис. 2, б; 2, в показаны области модуляционных колебаний соответственно для генератора низкочастотных колебаний и ферромагнитного удвоителя частоты при изменении $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$, построенные согласно полученным аналитическим результатам. На рис. 2, в область модуляционных колебаний заштрихована прямыми с отрицательным наклоном. Как видно из рис. 2, а; 2, б; 2, в, результаты, полученные при исследовании, согласуются с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Боголюбов. Квази-релаксационные колебания в феррорезонансных цепях с подмагничиванием, «Электричество», 1949, № 6.
2. Л. А. Бессонов. Автомульция в электрических цепях со сталью. Госэнергоиздат, 1958.
3. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. Изд-во «Мир», 1968.