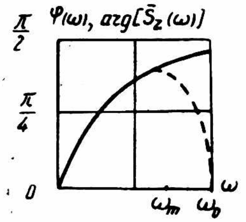
ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СПЕКТРА УЗКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

В. А. Письменецкий, В. А. Хорунжий

Ранее [1] было показано, что отклик анализатора спектра интерференционного типа представляет собой спектральную плотность дискретизированного сигнала с заменой ω на t.



Фазовый спектр до дискретизации и после нее.

Используя известную связь между спектрами огибающей и самого узкополосного процесса [2], можно показать, что процесс дискретизации таких сигналов адекватен дискретизации видеосигналов.

Поэтому для анализа погрешности воспользуемся соотношением, полученным в работе [3]:

$$\bar{S}_2(\omega) = \bar{S}(\omega) + \bar{S}(\omega - m\omega_0); \quad \bar{S}(\omega) = S(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)};$$

$$\bar{S}(\omega - m\omega_0) = S(\omega - m\omega_0)\, e^{j\varphi(\omega - m\omega_0)}.$$

После несложных преобразований выражение для аргумента $\bar{S}_2(\omega)$будет иметь вид

$$\arg[S_2(\omega)] = \operatorname{arc\,tg} \frac{S(\omega)\sin\varphi(\omega) + S(\omega - m\omega_0)\sin[\varphi(\omega) - m\omega_0]}{S(\omega)\cos\varphi(\omega) + S(\omega - m\omega_0)\cos[\varphi(\omega) - m\omega_0]}. \qquad (1)$$

Введем некоторые ограничения на фазовые характеристики с учетом особенностей реальных сигналов. Для большинства из них $\varphi(\omega)$ вблизи частоты ω_0 асимптотически стремится к $\frac{\pi}{2}$ и поэтому можно считать, что при $\omega > \omega_0$ $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$. Тогда, полагая, что $\varphi(\omega - m\omega_0) = -\frac{\pi}{2}$, равенство (1) преобразуется к виду

$$\arg[\bar{S}_2(\omega)] = \arg\operatorname{tg}\left[\operatorname{tg}\varphi(\omega) - \frac{S(\omega - m\omega_0)}{S(\omega)}\sec\varphi(\omega)\right]. \qquad (2)$$

Ошибка в фазовом спектре, как видно из (2), определяется вторым слагаемым $\frac{S(\omega - m\omega_0)}{S(\omega)}\sec\varphi(\omega)$ и, следовательно, будет обращаться в нуль, если $S(\omega - m\omega_0) = 0$. Таким образом, начиная с некоторой частоты, где $S(\omega - m\omega_0) = 0$, крутизна фазовой характеристики уменьшается с ростом ω. Поскольку при этом $S(\omega - m\omega_0)$ возрастает, на некоторой частоте ω_m будет наблюдаться экстремум $\varphi(\omega)$, после чего производная $\varphi(\omega)$ изменит свой знак и при $\omega = \omega_0$ и $m = 2$ $\arg[\bar{S}_2(\omega)] = 0$, так как при этом

$$S(\omega_0) = S(\omega_0 - m\omega_0), \quad \text{а} \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}.$$

На рисунке показано, как деформируется фазовый спектр в результате дискретизации. Сплошной линией показан график $\varphi(\omega)$, пунктирной — $\arg[S_2(\omega)]$.

Максимум погрешности измерения фазового спектра в отличие от амплитудного [3] имеет место в окрестности частоты ω_0, где $\varphi(\omega)$ также максимально.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Письменецкий, В. А. Хорунжий. Измерение комплексного спектра узкополосных сигналов в реальном времени. «Радиотехника и электроника», вып. 11, 1969.
2. И. С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы, ч. 1. Изд-во «Советское радио», 1966.
3. В. А. Письменецкий. О погрешностях представления сигналов конечной длительности рядом Котельникова. См. статью настоящего сборника.