ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТИ МЕТЕОРА ПО ДАННЫМ РАДИОНАБЛЮДЕНИЙ

А. А. Дьяков

В работе [1] показана необходимость автоматизации обработки данных в метеорной радиолокации и применения для этих целей ЦВМ.

Первоочередной задачей обработки информации от метеорного радиолокационного комплекса (МРК) является расчет физических характеристик регистрируемых метеоров, таких как геоцентрическая скорость, положение радианта, элементы орбиты. Эта задача делится на три самостоятельные — предварительную, первичную и вторичную обработки, из которых первичная является в настоящее время стержневой при решении вопроса о полной автоматизации обработки данных. Напомним, что суть первичной обработки составляет определение параметров сигнала и вычисление по ним промежуточных данных, позволяющих перейти ко вторичной обработке. Поскольку первичная обработка ведется в реальном масштабе времени, ее алгоритмы должны быть просты в реализации, а объем выходных данных — сокращен до минимума.

В основу обработки могут быть положены уже известные методы, интерпретированные для реализации их в ЦВМ. В данном случае рассмотрим дифракционный метод расчета скоростей. Обоснование и характеристики этого метода подробно изложены в специальной литературе [2, 3]. Суть его заключается в определении положения огибающей отраженного сигнала на временной оси.

Несмотря на то, что рассуждения будут вестись относительно данных, получаемых при импульсном методе, предлагаемый ниже метод может быть использован и при исследованиях с непрерывным излучением.

Итак, в результате наблюдения мы имеем решетчатую функцию $A(n)$, представляющую отраженный сигнал $U(t)$ в дискретном времени n; здесь

$$n = 1, 2, 3, \dots \text{ и } t = nh,$$

где h — шаг квантования по аргументу.

Следовательно, задача состоит в определении значения аргумента, при которой функция, заданная таблично, имеет экстремум. Обозначим их через t_i, где i — номер экстремума. Априори известно, что поведение огибающей пакета $U(t)$ на интервале наблюдения достаточно плавное, поэтому в отсутствие шумов задача решалась бы довольно просто применением обратного интерполирования по формулам приближенного дифференцирования. При шумах же, в том числе и шумах дискретизации, для определения значений аргумента экстремальных точек огибающей необходимо решить задачу выделения (восстановления, фильтрации) применительно к конкретному виду сигналов.

Совершенно очевидно, что в этом случае выборка t_i^* (* — означает, что данные получены из опыта) будет определена с ошибкой, закон распределения которой в общем виде неизвестен, но независимо от алгоритма выделения его можно считать в первом приближении симметричным или свести к таковому, так как выделение параметров сигнала ведется при условии, что реальный шум на входе приемника можно заменить эквивалентным белым шумом и соотношение сигнал — шум достаточно велико ($q \gg 10$).

Поскольку может быть несколько решений задачи выделения и каждое из них достаточно объемно, рассмотрение их в данной статье не представляется возможным. Поэтому здесь остановимся на алгоритме дальнейшей обработки выборки значений аргумента для экстремальных точек x_i, который при высказанном выше предположении о законе распределения ошибки не зависит от алгоритма выделения, примененного для получения этой выборки.

Для решения поставленной задачи необходимо применить аппарат приближения функций полиномами, ортогональными на множестве точек. Чтобы установить функциональную зависимость между значениями t_i, рассмотрим аналитическое выражение для огибающей сигнала [2]:

$$I = \left(\frac{C^2 + S^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{1}$$

где

$$C = \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\Delta(x_0 - x)} \sin\frac{\pi}{2} x^2 dx;$$

$$S = \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\Delta(x_0 - x)} \cos\frac{\pi}{2} x^2 dx.$$

Здесь Δ — обобщенный параметр, учитывающий влияние амбиполярной диффузии;

x — приведенный аргумент, который связан со временем (в случае пренебрежения торможением метеора за время формирования следа) следующим соотношением:

$$t = \frac{x\sqrt{R\lambda}}{2V}, \tag{2}$$

где t — время;

V — скорость метеора;

R — наклонная дальность от отражающей точки;

λ — длина волны передатчика.

Поскольку значения приведенного аргумента x_i постоянны для любой точки огибающей и могут быть достаточно точно рассчитаны численным интегрированием функция $f(i)$, принимающая на множестве точек $i \in (\overline{1, m})$ значения t_i^*, на основании (2) может быть аппроксимирована полиномом вида $\sum_{k=0}^{1} a_k g_{ik}$, ортогональным на этом множестве. Здесь

$$g_{i0} = 1;\; g_{i1} = \frac{\delta x_{i1}}{\delta x_{21}};$$

$$\delta x_{i1} = x_i - x_1,$$

где x_i — аналитически определенные значения приведенного аргумента для экстремальных точек огибающей.

При этом коэффициенты a_0 и a_1 определяются из условий, накладываемых на отклонение вида

$$D = \left| f(i) - \sum_{k=0}^{1} a_k g_{ik} \right|. \tag{3}$$

Рассмотрим наиболее распространенный случай точечного квадратичного аппроксимирования, при котором

$$\sum_{i=1}^{m} \left(f(i) - \sum_{k=0}^{1} a_k g_{ik} \right)^2 = \min! \tag{4}$$

Аппроксимирующий полином первой степени, поэтому можно сразу записать решение системы уравнений, составленных из (4):

$$a_1 = \frac{m \sum_{i=1}^{m} f(i) g_{i1} - \sum_{i=1}^{m} f(i) \sum_{i=1}^{m} g_{i1}}{m \sum_{i=1}^{m} g_{i1}^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} g_{i1} \right)^2}; \tag{5}$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} f(i) - a_1 \sum_{i=1}^{m} g_{i1}}{m}. \tag{6}$$

Доказано, что полином с такими коэффициентами обладает минимальным среднеквадратичным отклонением от заданной функции [4].

Используя значения из (5) и (6), можно на основании (2) по любым двум значениям $f(i)$ рассчитать скорость метеора. Значения a_0, вычисленные для отражений от различных пунктов, используются для расчета временных сдвигов между отражениями.

Поскольку начало отсчета ($i = 1$) было выбрано совершенно произвольно, при обработке данных не принимается в расчет первый максимум дифракционной картины, при определении которого присутствует значительная ошибка, обусловленная влиянием амбиполярной диффузии. Кроме этого, аналитический расчет значений x_i следует проводить для конкретного значения Δ арг $\neq 0$, которое априори наиболее вероятно для данной аппаратуры. При этом закон распределения тех незначительных погрешностей, которые будут иметь место при $\Delta \neq \Delta$ арг, сводится к симметричному закону.

Рассмотрим теперь случай равномерного приближения функции. При этом на абсолютное отклонение накладывается следующее условие:

$$\max_{i \in (1,\, m)} D = \left| f(i) - \sum_{k=0}^{1} a_k g_{ik} \right| = \min! \tag{7}$$

Это случай двухпараметрической чебышевской задачи. Алгоритмы ее аналитического решения, удовлетворяющего условию абсолютного минимакса, предложены в работе [4]. Ввиду объемности этих алгоритмов, очевидно, нецелесообразно конкретизировать их относительно данного случая. Следует отметить только, что задача решается методом последовательных приближений при использовании в качестве нулевого приближения значений коэффициентов, полученных по методу, описанному выше. При $m \gg k$ число шагов довольно велико. Это приводит к увеличению времени реализации алгоритма. Учитывая то, что первичная обработка ведется в реальном масштабе времени, следует признать, что целесообразность применения алгоритма приближения по критерию чебышевского абсолютного минимакса должна решаться после определения параметров системы обработки.

Поскольку для определения скорости метеора используется разность значений функции $f(i)$, задачу о равномерном приближении можно свести к однопараметрической чебышевской задаче — определение коэффициента для приближающей функции вида

$$y_i = a_1 g_{i1} \tag{8}$$

по критерию минимума максимальной относительной погрешности, т. е.

$$\max_{i \in (1,\, m)} \left| 1 - a_1^* \frac{g_{i1}}{f(i)} \right| = \min! \tag{9}$$

Эта задача имеет простое аналитическое решение [4]:

$$\frac{1}{a_1^*} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\max} + \left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\min} \right]^2. \tag{10}$$

Отсюда же и формула модуль-максимума относительной погрешности приближенной формулы (8) представится как

$$\varepsilon_0 = \frac{\left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\max} - \left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\min}}{\left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\max} + \left(\frac{g_{i1}}{f(i)} \right)_{\min}}. \tag{11}$$

После применения какого-либо из описанных алгоритмов к отражениям, полученным от различных каналов, мы получим различные значения скорости метеора $V(r)$. Окончательное значение скорости рассчитывается как средневзвешенное:

$$V_{\text{ср}} = \frac{\sum_{r=1}^{3} \xi_2 V_2}{\sum_{r=1}^{3} \xi_2}. \tag{12}$$

Здесь ξ_r — весовые коэффициенты, равные величине m;
r — номер канала.

В заключение следует отметить, что проверка гипотезы о симметричности закона распределения ошибок при вычислении V, принятой нами выше, дала положительный результат. Проверка проводилась путем анализа экспериментального распределения ошибок при нахождении скорости потока Геминид по данным, полученным в ХПИ в декабре 1968 года. При проверке этого распределения на нормальность по критерию Пирсона достигается положительный результат даже на уровне $p = 0{,}5$.

Несмотря на косвенный характер измерений, правомерность перехода от закона распределения ошибки при определении скорости к закону распределения ошибки при определении значений t_i^* заключается в соблюдении условий линейности преобразования при переходе от одной случайной величины к другой, поскольку вторая производная функции преобразования близка к нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Дьяков. Об одном аспекте проблемы автоматизации данных радиолокационных исследований метеорных явлений. См. статью настоящего сборника.

2. Б. Л. Кащеев, В. Н. Лебединец, М. Ф. Лагутин. Метеорные явления в атмосфере Земли. Изд-во «Наука», 1967.

3. I. G. Davies, C. D. Ellyett. The diffraction of radio waves from meteor trails and measurement of meteor velosities. Phel. Mag. 7(40), 614—626 (1949).

4. Е. Я. Ремез. Основы численных методов чебышевского приближения. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1969.

5. Е. И. Пустыльник. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. Изд-во «Наука», 1968.