

К РАСЧЕТУ ДИСПЕРСИИ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ТИПА «ЗМЕЙКА»

В. К. Пироженко

В последнее время усилился интерес к замедляющим системам, выполненным в виде волнообразно изогнутых волноводов, так как они обладают рядом преимуществ по сравнению с другими замедляющими системами и удобны для использования в различных сверхвысокочастотных приборах, в частности в ЛБВ и ЛОВ, где они могут найти широкое применение. Однако в опубликованных ранее работах [1, 2] исследование таких систем носит в основном качественный характер.

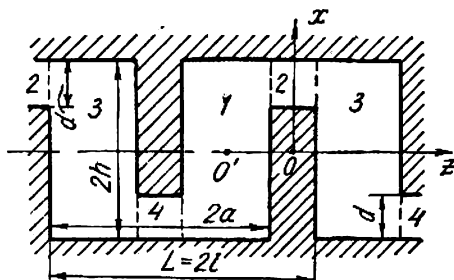


Рис. 1. Сечение замедляющей системы типа «змейка» в плоскости XOZ.

ком этой работы является то, что не учтена толщина диафрагм. На практике же часто необходимо знать, как влияет толщина диафрагм на дисперсию таких замедляющих систем.

В связи с этим в данной работе проводится исследование дисперсионных свойств замедляющей системы типа «змейка» при произвольных геометрических размерах диафрагм.

Считаем, что ось z совпадает с осью системы, ось x — параллельна диафрагмам и проходит через центр одной из них (рис. 1). Предположим, что система бесконечна вдоль z и y , причем отсутствуют вариации поля по y ($\frac{\partial}{\partial y} = 0$). Такое предположение значительно упрощает решение задачи, поскольку переход к системе, ограниченной в поперечном направлении гладкими проводящими стенками, легко осуществить в конечных выражениях [4].

В неоднородных периодических замедляющих системах, ограниченных боковыми проводящими стенками, могут существовать только про-

В общем случае волнообразно изогнутый волновод является частным случаем системы, состоящей из двух параллельных проводящих плоскостей, нагруженных периодической последовательностью диафрагм, причем диафрагмы, связанные с одной плоскостью, входят в области между диафрагмами второй плоскости (рис. 1), образуя систему типа «змейка». Дисперсионное уравнение подобной системы получено в работе [3] вариационным методом. Недостат-

дольные LE и LM волны [5]. Для систем, бесконечных в поперечном направлении, LE и LM волны переходят в E и H волны, соответственно.

При использовании замедляющих систем типа «змейка» удобно пропускать электронный поток вдоль оси системы через просверленные в диафрагмах отверстия. В связи с этим наибольший интерес представляют волны, имеющую составляющую электрического поля, направленную вдоль оси системы. Исходя из этих соображений, решение задачи ищем для волн типа LE , так как в случае LM волн составляющая электрического поля E_z равна нулю для системы, неограниченной по y . Ввиду периодичности замедляющей системы вдоль оси z будем рассматривать только один период $L = 2l$ системы (рис. 1).

Рассматриваемая система обладает симметрией вращения относительно точки O^1 (рис. 1). Отсюда можно сделать вывод, что для получения дисперсионного уравнения «змейки» достаточно рассмотреть только верхнюю ($x > 0$) половину системы (область $-a, +a$); при $x < 0$ постоянная распространения будет иметь то же значение.

Для решения задачи разобьем систему на четыре области, как показано на рис. 1. Из условия $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ для LE волны ($E_y = 0$) следует, что и $H_x = H_z = 0$. Поля в каждой из областей с учетом граничных условий на проходящих поверхностях можно представить в следующем виде. Для верхней половины «змейки»:

в первой области

$$H_{y1}^B = \sum_p A_p \cos \gamma_p (x - h) \cos \beta_p (z + a); \quad (1)$$

во второй области

$$H_{y2} = \sum_n \cos \frac{n\pi}{d} (x - h) [B_n \sin \alpha_n z + C_n \cos \alpha_n z]; \quad (2)$$

в третьей области

$$H_{y3}^B = \sum_p D_p \cos \gamma_p (x - h) \cos \beta_p (z - a); \quad (3)$$

для нижней половины системы:

в первой области

$$H_{y1}^H = \sum_p A_p \cos \gamma_p (x + h) \cos \beta_p (z + l - a); \quad (4)$$

в третьей области

$$H_{y3}^H = \sum_p D_p \cos \gamma_p (x + h) \cos \beta_p (z - l + a); \quad (5)$$

в четвертой области

$$H_{y4} = \sum_n \cos \frac{n\pi}{d} (x + h) [B_n \sin \alpha_n z + C_n \cos \alpha_n z]; \quad (6)$$

В выражениях (1) — (6):

$$\beta_p = \beta_0 + \frac{2p\pi}{L}; \quad \gamma_p^2 + \beta_p^2 = k^2; \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad (7)$$

$$\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 + \alpha_n^2 = k^2; \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (8)$$

a, d, h, e — геометрические размеры системы, приведенные на рис. 1, A_p, B_n, C_n, D_p — произвольные постоянные.

Поля на оси системы в первой и третьей областях равны сумме полей H_{y1}^B и H_{y1}^H для первой области и H_{y3}^B и H_{y3}^H для третьей области. Остальные составляющие полей легко определяются из уравнений Максвелла.

Сшивая тангенциальные составляющие полей на границах областей для верхней половины периода «змейки» и, учитывая, что тангенциальная составляющая электрического поля на проводящей поверхности равна нулю, получаем четыре уравнения:

$$\begin{aligned} \int_0^h E_{x1}^B \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx &= \int_{h-d}^h E_{x2} \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx, \quad (z = a-l); \\ \int_{h-d}^h H_{y1}^B \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx &= \int_{h-d}^h H_{y2} \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx, \quad (z = a-l); \\ \int_0^h E_{x3}^B \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx &= \int_{h-d}^h E_{x2} \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx, \quad (z = l-a); \\ \int_{h-d}^h H_{y3}^B \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx &= \int_{h-d}^h H_{y2} \cos \frac{m\pi}{d} (x-h) dx, \quad (z = l-a). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $m = 0, 1, 2 \dots$

Проводя интегрирование и исключив произвольные постоянные B_m и C_m , после несложных преобразований имеем в результате две системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_p (A_p - D_p) \Phi_{mp} = 0 \\ \sum_p (A_p + D_p) \Psi_{mp} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\Phi_{mp} = S_{mp} \cos \alpha_m (l-a) - R_{mp} \sin \alpha_m (l-a); \quad (11)$$

$$\Psi_{mp} = S_{mp} \sin \alpha_m (l-a) + R_{mp} \cos \alpha_m (l-a); \quad (12)$$

$$\begin{aligned} R_{mp} &= \frac{1}{(\gamma_p d)^2 - (m\pi)^2} \frac{\beta_p}{\alpha_m} \sin \beta_p (2a-l) \times \\ &\times \left[\gamma_p d \cdot \sin \gamma_p h \cdot \cos \frac{m\pi h}{d} - m\pi \cdot \cos \gamma_p h \sin \frac{m\pi h}{d} \right]; \end{aligned} \quad (13)$$

$$S_{mp} = (-1)^m \frac{\gamma_p d}{(\gamma_p d)^2 - (m\pi)^2} \cos \beta_p = (2a-l) \sin \gamma_p = d. \quad (14)$$

Выражение (10) представляет собой систему линейных однородных уравнений относительно произвольных постоянных A_p и D_p . Эта система может иметь нетривиальное решение только в случае равенства нулю её определителя:

$$\begin{vmatrix} \Phi_{mp} & -\Phi_{m\ell} \\ \Psi_{mp} & \Psi_{m\ell} \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

Этот определитель и представляет уравнение замедляющей системы типа «змейка». Легко увидеть, что оно в общем случае распадается на два дисперсионных уравнения:

$$|\Phi_{mp}| = 0 \quad (16)$$

$$|\Psi_{mp}| = 0. \quad (17)$$

Этот факт свидетельствует о том, что в данной замедляющей системе могут существовать два различных типа LE -волн.

Было проведено исследование уравнений (16) и (17) в нулевом приближении ($m = 0$, $p = 0$). Анализ этих уравнений показал, что «змейка» обладает отрицательной дисперсией на основной гармонике, что хорошо согласуется с результатами работ [1, 2, 3].

Дисперсионные кривые, полученные из уравнения (16), имеют более длинноволновую коротковолновую отсечку в случае толстых диафрагм ($2(l - a) > d$), чем у дисперсионных кривых, полученных из уравнения (17). При этом коротковолновая отсечка у кривых, получаемых из уравнения (16), равна

$$\lambda_{отс} = 4(l - a), \quad (18)$$

а у кривых, получаемых из уравнения (17), соответственно

$$\lambda_{отс} = 2(l - a). \quad (19)$$

В случае бесконечно тонких диафрагм коротковолновые отсечки у обеих семейств кривых совпадают и равны

$$\lambda_{отс} = 2d. \quad (20)$$

При исследовании уравнений (16) и (17) удобно ввести следующую систему безразмерных параметров:

$$\begin{aligned} \theta &= \beta_0(2a - l); & g &= \frac{2a - l}{l}; \\ t &= \frac{d}{h}; & u &= \frac{h}{l}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь θ — сдвиг фаз на одну большую ячейку «змейки», а величины a , d , h , l представляют собой линейные размеры системы (рис. 1).

На рисунках 2, 3 и 4 приведены зависимости θ от параметров g , t , u для систем с различными соотношениями размеров, полученных из уравнения (16), взятого в нулевом приближении, причем рассматривался случай больших замедлений $\left| \frac{c}{v_{\phi}} \rightarrow \infty \right|$. Из уравнения (17) для случая очень медленных волн получаем значения θ , кратные π .

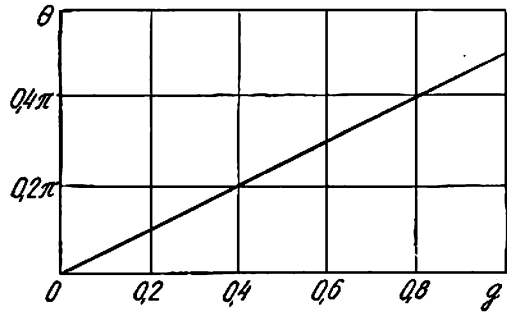


Рис. 2. Зависимость $\theta = f(g)$ для систем с параметрами $u = 1$; $t = \frac{1}{2}$.

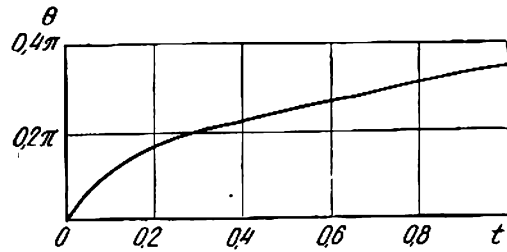


Рис. 3. Зависимость $\theta = f(g)$ для систем с параметрами $u = 1$; $g = \frac{1}{2}$.

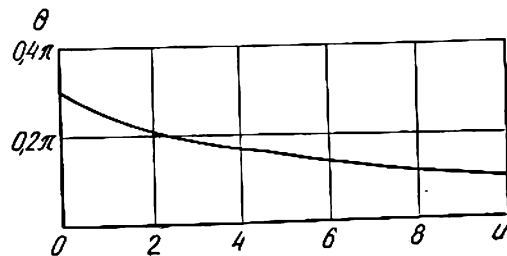


Рис. 4. Зависимость $\theta = f(u)$ для систем с параметрами $t = \frac{1}{2}$, $g = \frac{1}{2}$.

Как видно из графика, приведенного на рис. 2, толщина диафрагм сильно влияет на дисперсионные свойства системы. Фазовый сдвиг на одну большую ячейку системы изменяется от нуля при толщине диафрагм, равной половине периода системы, $|g = 0|$ до своего максимального значения при бесконечно тонких диафрагмах $|g = 1|$. На рис. 3 показано изменение значений θ в зависимости от высоты диафрагм, а на рис. 4 — зависимость θ от отношения высоты системы к её периоду. Из графика, приведенного на рис. 3, видно, что в случае предельного перехода к отдельным несвязанным друг с другом большим ячейкам системы, то есть при высоте диафрагм, равной высоте системы ($t = 0$), фазовый сдвиг на эти ячейки θ равен нулю, другими словами, в этом случае имеем обычную H_{10} -волну, распространяющуюся в поперечном направлении. Фазовый сдвиг θ относительно слабо зависит от соотношения между высотой системы и её периодом (при постоянном соотношении между высотами системы и диафрагм). Так, как видно из рис. 4, при изменении отношения высоты системы к её периоду от нуля до десяти фазовый сдвиг θ изменяется всего примерно в 2,5 раза.

Таким образом, исследование дисперсионных свойств замедляющей системы типа «змейка» показало, что в подобных системах могут существовать два различных типа LE -волн с отрицательной дисперсией на основной пространственной гармонике. Дисперсионные свойства таких замедляющих систем довольно сильно зависят от толщины диафрагм, от их высоты, но довольно слабо от соотношения между высотой и периодом системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Лебедев. Техника и приборы СВЧ, т. 1, М., Госэнергоиздат, 1961.
2. З. И. Тараненко. Волнообразно изогнутый волновод как замедляющая система с положительной дисперсией. Изв. вузов, «Радиотехника», 3, 1, 1960.
3. В. М. Дашенков, В. С. Ильин. Вариационный метод расчета аксиально-симметричных замедляющих систем. «Радиотехника и электроника», 10, 2, 1965.
4. А. С. Завьялов. К расчету замедляющих систем конечной ширины, Изв. вузов — «Радиотехника», 6, 5, 1963.
5. Е. С. Коваленко, В. И. Шиманский. Синфазные волны в диафрагмированном волноводе прямоугольного сечения. Изв. вузов, «Радиотехника», 3, 2, 1960.