СОПРОТИВЛЕНИЕ СВЯЗИ ИЗОГНУТОГО ВОЛНОВОДА, НАГРУЖЕННОГО ГРЕБЕНЧАТОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРОЙ

Ю. А. Дейнека

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проявляется определенный интерес к равномерно изогнутым замедляющим системам в связи с возможным применением их в технике ускорения элементарных частиц, в различных типах генераторов СВЧ [1]. Так, в работе [2] исследуется распространение азимутальных электромагнитных волн между двумя неограниченными в аксиальном направлении цилиндрическими поверхностями, покрытыми слоем диэлектрика или нагруженными металлическими диафрагмами. В работе [3] рассмотрены изогнутые линии передач поверхностных волн, а именно: диэлектрический волновод, линия с диэлектрическим покрытием, ребристые структуры.

Результаты данной работы посвящены, в основном, применению таких систем в качестве линии передач. В статье [4] рассматриваются некоторые вопросы распространения азимутальных волн в диафрагмированном волноводе с фазовой скоростью, равной скорости света. Краткий перечень работ, посвященных исследованию изогнутых замедляющих систем, показывает, что в основном исследовались замедляющие системы как линии передач, либо их дисперсионные характеристики, либо возможности применения замедляющих систем в технике ускорения элементарных частиц. Однако, не меньший интерес представляет исследование влияния изгиба на энергетический параметр замедляющей системы — сопротивление связи $R_{св}$.

Сопротивление связи прямого волновода

Сопротивление связи будем определять для волны типа LE_{11}, так как синфазные волны типа LE и LM являются единственно возможными волнами для волновода, нагруженного периодическими структурами [5]. Схема и обозначение для такого волновода показаны на рис. 1. Представляя для синфазной волны магнитный вектор Герца в виде

$$\Pi_z = A \operatorname{sh} px e^{ihy} \sin \gamma z, \qquad (1)$$

можно с помощью уравнений Максвелла найти составляющие поля волны.

Сопротивление связи будем определять, используя выражение, данное в работе [7]:

$$R_{св} = \frac{E_y E_y^*}{2h^2 P}, \qquad (2)$$

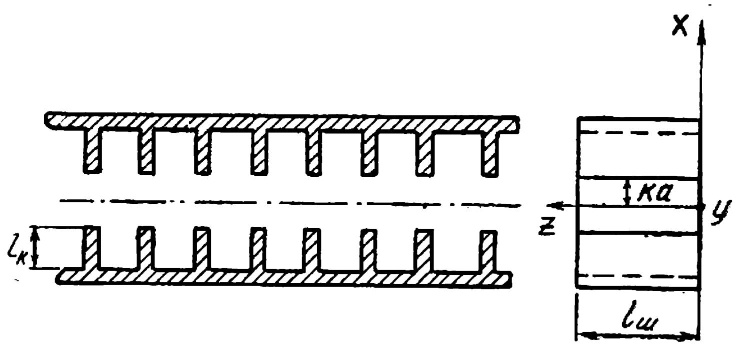

Рис. 1.

где P — средний за период поток энергии через поперечное сечение волновода, равный

$$P = \int\limits_s \frac{E_x H_z^*}{2} ds.$$

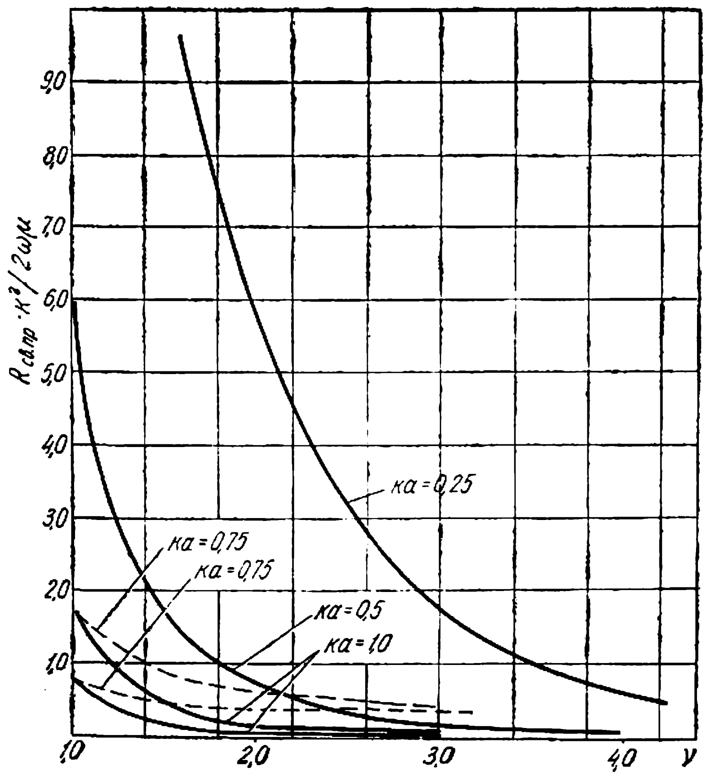

Рис. 2.

Коэффициент h — постоянная распространения вдоль оси y. Подставляя значения составляющих полей в формулу (2), получим выражение $R_{св}$ для волновода, нагруженного однородной гребенкой:

$$R_{\text{св}} = \frac{2\omega\mu(\nu^2-1)^{3/2}\,\mathrm{ch}^2\,\varkappa x\sqrt{\nu^2-1}}{\nu^2\varkappa^2\frac{l_{\text{ш}}}{2}\left[\mathrm{sh}\,2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}-2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\right]}. \tag{3}$$

В формуле (3) даны следующие обозначения: $\nu = \frac{h}{\varkappa}$ — замедление фазовой скорости; $\varkappa = \sqrt{k^2-\gamma^2}$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновой коэффициент, $\gamma = \frac{\pi}{l_{\text{ш}}}$ — коэффициент распространения между боковыми стенками.

Согласно формуле (3), на рис. 2 даны графики, показывающие изменение $R_{\text{св}}$ в зависимости от высоты волновода и величины замедления ν. Для упрощения расчетов здесь и в дальнейшем будем считать $l_{\text{ш}} = \infty$, а $\nu = \frac{h}{k}$, т. е. рассматривать волновод без боковых стенок. Как видно из графиков, с увеличением ν уменьшается $R_{\text{св}}$. При одинаковых ν $R_{\text{св}}$ больше у волноводов с меньшей высотой. $R_{\text{св}}$ определялось в центре волновода (сплошные кривые). У поверхности гребенки $R_{\text{св}}$ значительно больше (пунктирные кривые). Такой характер зависимости $R_{\text{св}}$ от ν и ka объясняется различной степенью прижатия поля при изменении этих параметров [3].

Сопротивление связи изогнутого волновода

Схема такого волновода и связанные с ней обозначения даны на рис. 3. Сопротивление связи n-ой гармоники можно определить как

$$R_{\text{св}} = \frac{E_{\theta_n}E_{\theta_n}^*}{2\left(\frac{p}{r}\right)^2 P_\Sigma}, \tag{4}$$

где E_{θ_n} — составляющая поля n-ой гармоники в азимутальном направлении;

P_Σ — суммарная мощность всех гармоник.

Для случая волновода, нагруженного периодическими структурами, магнитный вектор Π_z можно представить в виде

$$\Pi_z = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}\left[A_n I_{p_n}(\varkappa r) + B_n N_{p_n}(\varkappa r)\right] e^{jp_n\theta}\sin\gamma z. \tag{5}$$

Находя составляющие поля с помощью (5) и подставляя их в формулу (4), получим

$$R_{\text{св}} = \frac{\omega\mu\left[A_n\dot{I}_{p_n}(\varkappa r) + B_n\dot{N}_{p_n}(\varkappa r)\right]^2\sin^2\gamma z}{\left(\frac{p}{r}\right)^2\frac{l_{\text{ш}}}{2}\sum\limits_{n=-\infty}^{n=+\infty} p_n\int\limits_{R_1}^{R_2}\frac{\left[A_n I_{p_n}(\varkappa r)+B_n N_{p_n}(\varkappa r)\right]^2}{r}\,dr}. \tag{6}$$

Для того, чтобы подсчитать $R_{\text{св}}$, необходимо определить постоянные A_n и B_n и вычислить интеграл, входящий в формулу (6).

Методика определения постоянных A_n и B_n заключается в том, что находят комплексные мощности на границах I—II и III—IV.

Приравнивая эти мощности (метод «сшивания»), можно получить уравнения, определяющие искомые постоянные. В дальнейшем, ввиду большой сложности формулы (6), определим $R_{\text{св}}$ для случая волновода, нагруженного однородной гребенкой. В этом случае достаточно определить только отношение постоянных $\frac{A}{B}$. Исходным выражением, полученным методом «сшивания», для определения постоянных будет

$$\frac{\frac{A}{B}\dot{I}_p(\varkappa R_1)+\dot{N}_p(\varkappa R_1)}{\frac{A}{B}\dot{I}_p(\varkappa R_2)+\dot{N}_p(\varkappa R_2)}=-\frac{\frac{A}{B}I_p(\varkappa R_1)+N_p(\varkappa R_1)}{\frac{A}{B}I_p(\varkappa R_2)+N_p(\varkappa R_2)}. \tag{7}$$

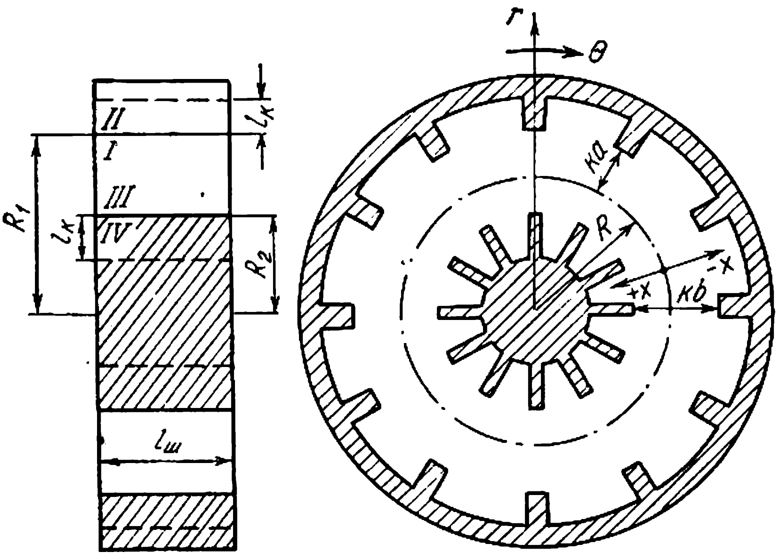

Рис. 3.

Поскольку $\frac{A}{B}$ зависит от цилиндрических функций, входящих в формулу (7), которые по-разному определяются с помощью асимптотических представлений в областях Фока и Дебая [6], величину $\frac{A}{B}$ и $R_{св}$ необходимо определить как для области Фока, так и для области Дебая.

Сопротивление связи в области Дебая

Заменяя в формуле (7) цилиндрические функции и их производные асимптотическими представлениями для области Дебая, получим

$$\frac{A}{B}=2e^{2\xi R}\left[\pm\sqrt{\left(\frac{a\nu^2}{R(\nu^2-1)}\operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\right)^2+1}-\frac{a\nu^2\operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}}{R(\nu^2-1)}\right] \tag{8}$$

или в сокращенной записи

$$\frac{A}{B}=2e^{\xi R}F(\nu). \tag{9}$$

Данное приближенное выражение взято при соотношениях между ν, kR, ka, полученных ранее в работах [3, 8].

Вычислим интеграл формулы (6). Используя асимптотические представления цилиндрических функций и их производных, а также вспомогательные соотношения

$$\xi_r = \xi_R \pm \varkappa x\sqrt{\nu^2-1};\quad \operatorname{th}\alpha_r = \operatorname{th}\alpha_R\left[1 \pm \frac{x}{R(\nu^2-1)}\right];$$

$$r = R - x;\quad \xi_R = p(\alpha_R - \operatorname{th}\alpha_R);\quad \frac{p}{\varkappa R} - \operatorname{ch}\alpha_R,$$

где p — азимутальный коэффициент распространения для случая $ka \ll kR$, можно получить следующее значение интеграла формулы (6):

$$\int_{R_2}^{R_1}\left(\frac{A}{B}\right)^2\frac{I_p^2(\varkappa r)}{r}\,dr = \left(\frac{A}{B}\right)^2\frac{e^{-2\xi_R}\operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}}{R2\pi p\operatorname{th}\alpha_R}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{\varkappa\sqrt{\nu^2-1}} + \frac{\nu^2-2}{2\varkappa^2R(\nu^2-1)^2}\left[1 - 2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\operatorname{cth}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\right]\right\}; \tag{10}$$

$$\int_{R_2}^{R_1} 2\frac{A}{B}\,\frac{I_p(\varkappa r)N_p(\varkappa r)\,dr}{r} = -\frac{4A}{B}\,\frac{a}{\pi p\operatorname{th}\alpha_R}; \tag{11}$$

$$\int_{R_2}^{R_1}\frac{N_p^2(\varkappa r)\,dr}{r} = \frac{2e^{2\xi_R}\operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}}{\pi p\operatorname{th}\alpha_R R}\left\{\frac{1}{\varkappa\sqrt{\nu^2-1}} + \frac{\nu^2-2}{2\varkappa^2R(\nu^2-1)^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\operatorname{cth}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1} - 1\right]\right\}. \tag{12}$$

Окончательное выражение для $R_{\text{св}}$:

$$R_{\text{св}} = \frac{\omega\mu(\nu^2-1)^{3/2}[F(\nu)+1]^2}{\nu^3\varkappa^2\left[F^2(\nu)f_1 - F(\nu)4\varkappa a\sqrt{\nu^2-1} + f_2(\nu)\right]\frac{l_{\text{п}}}{2}}. \tag{13}$$

В данной формуле

$$f_1(\nu) = \operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\left[1 + \frac{\nu^2-2}{2\varkappa R(\nu^2-1)^{3/2}} - \frac{(\nu^2-2)a}{R(\nu^2-1)}\operatorname{cth}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\right]$$

$$f_2(\nu) = \operatorname{sh}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}\left[1 + \frac{(\nu^2-2)a\operatorname{cth}2\varkappa a\sqrt{\nu^2-1}}{R(\nu^2-1)} - \frac{\nu^2-2}{2\varkappa R(\nu^2-1)^{3/2}}\right].$$

Сопротивление связи в области Фока

Для данной области значений ν и kR при определении $\frac{A}{B}$ из уравнения (7) необходимо заменить цилиндрические функции асимптотическими представлениями, соответствующими области Фока, тогда получим

$$\frac{A}{B} = \frac{u(t_0)}{4v(t_0)}F_1(\nu).$$

В свою очередь

$$F_1(\nu) = C\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{16D}{C}}\right],$$

где

$$C = \frac{2\frac{v(t_0)}{u(t_0)}\left[\dot{u}(t_{\text{гр}}) + \dot{u}(t_0)e^{-\alpha\varkappa b}\right] + 2\left[\dot{v}(t_{\text{гр}}) + \dot{v}(t_0)e^{\frac{\beta\varkappa b}{2}}\right]}{\dot{v}(t_{\text{гр}}) + \dot{v}(t_0)e^{\frac{-\alpha\varkappa b}{2}}},$$

а

$$D = \frac{v(t_0)}{u(t_0)} \left[\frac{\dot u(t_{гр}) + \dot u(t_0)\, e^{\frac{\beta\varkappa b}{2}}}{\dot v(t_{гр}) + \dot v(t_0)\, e^{-\frac{\alpha\varkappa b}{2}}} \right].$$

В данных выражениях $u(t)$ и $v(t)$, $\dot u(t)$ и $\dot v(t)$ — функции Эйри и ее производные от аргументов t_0 и $t_{гр}$, соответствующих значению функции на верхней и нижней гребенках (рис. 2). В отличие от области Дебая, начало отсчета x находится на расстоянии R_1, т. е. на границе вогнутой гребенки. Коэффициенты α и β определяются так же, как в работе [8]. Значение их можно найти по формулам

$$\alpha = \frac{2 \ln \left[\frac{v(t_{гр})}{v(t_0)}\right]}{kb};$$

$$\beta = \frac{2 \ln \left[\frac{u(t_{гр})}{u(t_0)}\right]}{kb}.$$

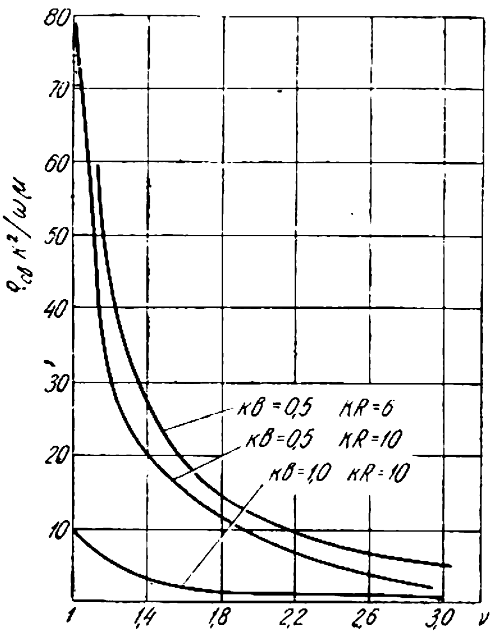

Рис. 4.

При вычислении интегралов функции Эйри аппроксимируем в виде экспонент, причем требуем, чтобы аппроксимирующая экспонента была равна функции Эйри в двух точках на расстояниях R_1 и R_2. При данных условиях $R_{св}$ в области Фока имеет вид

$$R_{св} = \frac{\omega\mu \left[\frac{\dot u(t_x)}{u(t_0)} - \frac{1}{4} F_1(\nu) \frac{\dot v(t_x)}{v(t_0)}\right]^2 \left(1 - \frac{x}{R_1}\right)^{2/3}}{\nu^3 \varkappa^2 \frac{l_ш}{2} \left(\frac{\varkappa R_1}{2}\right)^{2/3} \left[\frac{F_1(\nu)}{16} P_1 - \frac{1}{2} F_1(\nu) P_2 + P_3\right]}, \tag{14}$$

где t_x — значение аргумента функции Эйри на расстоянии x от начала координат.

Таким образом, можно согласно формуле (14) вычислить сопротивление связи в любой точке. Коэффициенты P_1, P_2, P_3 имеют вид

$$P_1 = \frac{1 - e^{-\alpha\varkappa b}}{\alpha} + \frac{5}{3\alpha^2 \varkappa R_1} \left[1 - (\alpha\varkappa b + 1) e^{-\alpha\varkappa b}\right];$$

$$P_2 = \frac{1 - e^{-\frac{\varkappa b}{2}(\alpha - \beta)}}{\frac{\alpha - \beta}{2}} + \frac{5}{3\varkappa R_1 \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)^2} \left[1 - e^{-\frac{\varkappa b}{2}(\alpha - \beta)} \left[1 + \frac{\varkappa b (\alpha - \beta)}{2}\right]\right];$$

$$P_3 = \frac{e^{\beta\varkappa b} - 1}{\beta} + \frac{5}{3\beta^2 \varkappa R_1} \left[e^{\beta\varkappa b} (\beta\varkappa b - 1) + 1\right];$$

$$\nu = \frac{P}{\varkappa R_1}.$$

По формулам (13), (14) построен ряд кривых для различных ν, kR, kb, позволяющих выяснить зависимость $R_{св}$ от этих величин. Для упрощения расчетов при построении графиков рассматривался волновод без боковых стенок. При наличии боковых стенок формулы останутся без изменения, но k необходимо заменить на $\varkappa$, а

$$\varkappa = k\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2l_{ш}}\right)^2}.$$

На рис. 4 даны графики, характеризующие зависимость $R_{св}$ от величины ν. На рис. 5 показана зависимость изменения $R_{св}$ от радиуса изгиба kR. Для сравнения с прямым волноводом по оси ординат отложено отношение сопротивлений связи прямого и изогнутого волноводов. Из графиков можно сделать также вывод о характере влияния на величину $R_{св}$ высоты волновода. Таким образом, можно сделать следующие выводы:

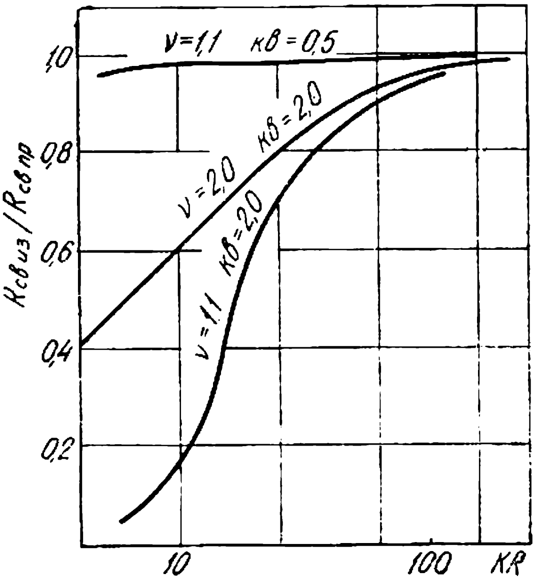

Рис. 5.

1. По формулам (3), (13), (14) можно рассчитать $R_{св}$ при заданных ν, kR, ka в областях Фока и Дебая с точностью, достаточной для инженерных расчетов.

2. Изгиб волновода (рисунки 4, 5) приводит к вредному эффекту — уменьшает $R_{св}$.

3. Изгиб волновода сильно сказывается при $kb \sim 1{,}0$. При малых высотах волновода — $kb < 0{,}5 - 1{,}0$ изгиб практически не влияет на $R_{св}$.

4. Сопротивление связи сильно зависит от величины замедления системы. Чем меньше ν, тем больше сказывается влияние изгиба, и наоборот.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев. Некоторые вопросы теории циклических ускорителей. Изв. вузов СССР, «Электромеханика», 1952, 2, № 5, 106; 1958, 2, № 11, 18.

2. А. Н. Диденко. Распространение электромагнитных волн в изогнутых нагруженных волноводах. «Радиотехника и электроника», 1955, 4, № 2, 172.

3. П. Р. Череп. Изгибы волноводов с поверхностной волной. Автореф. канд. дисс., Киев, 1958.

4. Б. Н. Морозов. Некоторые вопросы распространения электромагнитных волн в изогнутых волноводах, нагруженных периодическими структурами. Изв. вузов СССР, «Радиотехника», 1960, 3, № 4, 493.

5. Е. С. Коваленко, В. И. Шиманский. Синфазные волны в диафрагмированном волноводе. Изв. вузов СССР, «Радиотехника», 1960, № 2, 153.

6. В. А. Фок. Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности, М., Изд. АН СССР, 1964.

7. Дж. Пирс. Лампа с бегущей волной, М., изд-во «Сов. радио», 1952.

8. Ю. А. Дейнека. Сопротивление связи равномерно изогнутых замедляющих систем. Изв. вузов СССР, «Радиотехника», 1964, 7, № 4, 532.