

## ПОНДЕРОМОТОРНОЕ ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ВОЛНОВОДНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

*В. Г. Орлов, В. Д. Кукуш*

Со времени классических исследований П. Н. Лебедева [1], посвященных пондеромоторному действию электромагнитных волн на резонаторы, физика и техника далеко шагнули вперед. В радиотехнике СВЧ широко используются колебательные системы с распределенными параметрами — отрезки волноводных и коаксиальных линий, объемные резонаторы и т. д. Однако до настоящего времени вопрос пондеромоторного взаимодействия электромагнитных волн с колебательными системами такого типа не изучался. Исключением является работа Р. А. Валитова [2], в которой рассмотрено пондеромоторное действие плоской электромагнитной волны на резонансный диполь в свободном пространстве.

Настоящая статья посвящена исследованию пондеромоторного действия на волноводные резонаторы, образованные отрезком регулярного волновода между реактивными диафрагмами. Оговоримся, что нас интересовало не распределение сил по поверхности резонатора, а их равнодействующая.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

#### § 1. Расчет сил на волноводный резонатор проходного типа

Пусть имеется волноводная линия передачи прямоугольного сечения, работающая на основном типе волны. В волноводе установлены две тонкие реактивные диафрагмы на некотором расстоянии друг от друга, образующие волноводный резонатор проходного типа. Нагрузка и генератор считаются согласованными.

Задача состоит в определении механического действия распространяющейся волны на резонатор. Эту задачу можно свести к определению сил, действующих на стенки отрезка волновода и диафрагмы.

Очевидно, результирующая сила, действующая на стенки волновода, равна нулю. Это понятно из тех соображений, что поле у противоположных стенок волновода одинаково. Следовательно, одинаковы и силы, действующие на противоположные стенки. Поскольку эти силы действуют в противоположные стороны по отношению к отрезку волновода, их равнодействующая равна нулю.

Определим силы, действующие на торцы проходного резонатора (диафрагмы).

Расчет сил осуществим, используя соотношение (103.5) работы [3] для давления света на отражающую или поглощающую поверхность в

свободном пространстве. Как известно, величина давления ( $p$ ) равна сумме средних за период плотностей потока энергии падающей ( $\bar{S}^+$ ) и отраженной ( $\bar{S}^-$ ) волн, отнесенной к скорости распространения света ( $c$ ):

$$p = \frac{1}{c} (S^+ + S^-). \quad (1)$$

Очевидно, (1) будет справедлива и для расчета давления электромагнитной волны на неоднородность в волноводе. При этом, естественно, необходимо учитывать дисперсию в волноводе.

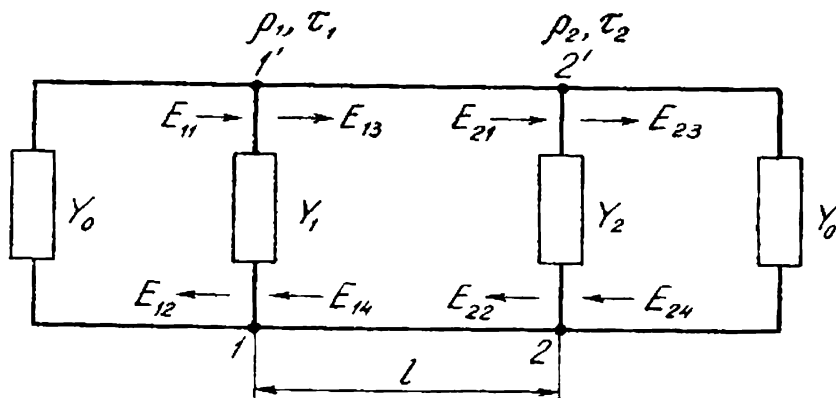


Рис. 1. Эквивалентная схема проходного резонатора.

В общем случае волновода с несколькими неоднородностями результирующую силу, действующую на  $n$ -ую неоднородность, можно записать так:

$$F_n = \frac{1}{V_\phi} [(P_{n1} + P_{n2}) - (P_{n3} + P_{n4})], \quad (2)$$

где  $P_{n1}$  и  $P_{n2}$  — мощности волн, распространяющихся в противоположные стороны в волноводе слева от неоднородности;

$P_{n3}$  и  $P_{n4}$  — мощности волн, распространяющихся в противоположные стороны справа от неоднородности;

$V_\phi$  — фазовая скорость распространения.

Эквивалентная схема рассматриваемой задачи показана на рис. 1. Проходной резонатор образован отрезком линии, ограниченным реактивными диафрагмами в сечениях 1—1 и 2—2, представленными на схеме в виде сосредоточенных реактивных проводимостей  $Y_1$  и  $Y_2$ . Генератор и нагрузка согласованы.

Поскольку сечение волновода неизменно, то величины мощности, входящие в (2), можно представить как

$$P_{ni} = \frac{|E_{ni}|^2}{2Z_0}, \quad (3)$$

где  $i = 1, 2, 3, 4$ ;

$Z_0$  — характеристическое сопротивление волновода;

$E_{ni}$  — амплитуды волн, согласно эквивалентной схеме рис. 1.

В таком случае (2) может быть записано так:

$$F = \frac{1}{2V_\Phi} \cdot \frac{1}{Z_0} [(|E_{n1}|^2 + |E_{n2}|^2) - (|E_{n3}|^2 + |E_{n4}|^2)]. \quad (4)$$

И задача сведена к определению  $E_{ni}$ .

Выразим амплитуды  $E_{ni}$  через  $E_{11}$ , которая определяется генератором и является заданной. Понятно, что мощность, отдаваемая генератором в согласованную нагрузку, будет

$$P_0 = \frac{|E_{11}|^2}{2Z_0}.$$

Для общности рассмотрения положим, что отрезок волновода проходного резонатора обладает потерями, характеризуемыми затуханием  $\alpha$ . Потери в волноводах, соединяющими генератор и нагрузку с резонатором, пренебрегаем, хотя их влияние может быть легко учтено.

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} E_{12} &= \frac{E_{11}\rho_1 + \rho_2 e^{-2\gamma l} \cdot e^{i2\psi_1}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma l}} \\ E_{13} &= \frac{\dot{E}_{11} \tau_1}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma l}} \\ E_{14} &= \frac{\dot{E}_{11} \tau_1 e^{-2\gamma l}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma l}} \\ E_{21} &= \frac{E_{11} \tau_1 e^{-\gamma l}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma l}} \\ E_{22} &= \frac{E_{11} \tau_1 \rho_2 e^{-\gamma l}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma l}} \\ E_{23} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\rho_1, \rho_2, \tau_1, \tau_2$  — коэффициенты отражения и передачи диафрагм 1 и 2;

$\gamma = \alpha + j\beta$  — постоянная распространения;

$\beta$  — фазовая постоянная распространения;

$\psi_1$  — фаза коэффициента передачи диафрагмы 1.

Находя модули системы (5) и подставляя в (4), получим силы, действующие на первую и вторую диафрагмы:

$$F_1 = \frac{2P_0 \lambda_0}{c l_b} \frac{|\rho_1|^2 - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\beta l) + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-4\alpha l}}{1 - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - 2\beta l) + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-4\alpha l}}; \quad (6)$$

$$F_2 = \frac{2P_0 \lambda_0}{c l_b} \frac{|\tau_1 \tau_2|^2 e^{-2\alpha l}}{1 - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\beta l) + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-4\alpha l}}, \quad (7)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  — фазы коэффициентов отражения диафрагм 1 и 2,

$\lambda_0$  и  $\lambda_b$  — длина волны в свободном пространстве и волноводе.

Если  $|\rho_1| = 1$ , т. е. диафрагма 1 полностью перекрывает волновод, то из (6) получим силу, действующую на короткозамыкающую пластину:

$$F_{к.з} = \frac{2P_0 \lambda_0}{c l_b}. \quad (8)$$

Условие резонатора в проходном резонаторе записывается как

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 - 2\beta l &= 2\pi i. \\ (i = 1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \quad (9)$$

В этом случае силы, действующие на торцовые стенки резонатора (т. е. на первую и вторую диафрагмы), будут:

$$F_{1p} = F_{к.з} \left[ 1 - \frac{1 - |\rho_1|^2}{(1 - |\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l})^2} \right]; \quad (10)$$

$$F_{2p} = F_{к.з} \left[ \frac{|\tau_1|^2 |\rho_2|^2 e^{-2\alpha l}}{(1 - |\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l})^2} \right]. \quad (11)$$

Результирующая сила, действующая на проходной резонатор, в общем случае равна:

$$F_{\Sigma} = F_1 + F_2 = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 + |\rho_2|^2 e^{-2\alpha l} - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\beta l) + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-2\alpha l} (e^{-2\alpha l} - 1)}{1 - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\beta l) + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-4\alpha l}}. \quad (12)$$

При резонансе эта сила будет:

$$F_{\Sigma p} = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 + |\rho_2|^2 e^{-2\alpha l} - 2|\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l} + |\rho_1 \rho_2|^2 e^{-2\alpha l} (e^{-2\alpha l} - 1)}{(1 - |\rho_1 \rho_2| e^{-2\alpha l})^2}. \quad (13)$$

Если абсолютные значения коэффициентов отражения обеих диафрагм равны, т. е.  $|\rho_1| = |\rho_2| = |\rho|$ , то

$$F_{\Sigma p} = F_{к.з} \frac{|\rho|^2 (1 - e^{-2\alpha l})}{1 - |\rho|^2 e^{-2\alpha l}}, \quad (14)$$

когда  $\alpha = 0$ ;  $F_{\Sigma p} = 0$ .

Коэффициенты отражения  $\rho_1$  и  $\rho_2$  могут быть выражены через соответствующие реактивные проводимости диафрагм  $Y_1$  и  $Y_2$ . В общем случае эти проводимости могут носить как индуктивный, так и емкостной характер, т. е.  $Y_1 = \pm jb_1$ ;  $Y_2 = \pm jb_2$ .

Поэтому

$$\begin{aligned} |\rho_i| &= \frac{b_i}{\sqrt{4 + b_i^2}}; \\ \operatorname{tg} \varphi_i &= \frac{2}{b_i} \quad \text{при } Y_i = jb_i; \\ \operatorname{tg} \varphi_i &= -\frac{2}{b_i} \quad \text{при } Y_i = -jb_i; \\ \psi - \varphi &= \pm \frac{\pi}{2}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь через  $b_i$  обозначена нормированная реактивная проводимость диафрагмы.

Подставляя (15) в (6), (7), (10), (11), (12), (13), (14), получим значения соответствующих сил в зависимости от реактивных проводимостей диафрагм. Используя (9), можно в каждом конкретном случае определить резонансную длину резонатора.

На рис. 2 а, б показаны расчетные зависимости силы на резонатор и его элементы при отсутствии потерь; на рис. 3 а, б — то же, но при наличии потерь.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Если реактивные проводимости диафрагм равны по абсолютной величине, то равнодействующая сила на проходной резонатор без по-

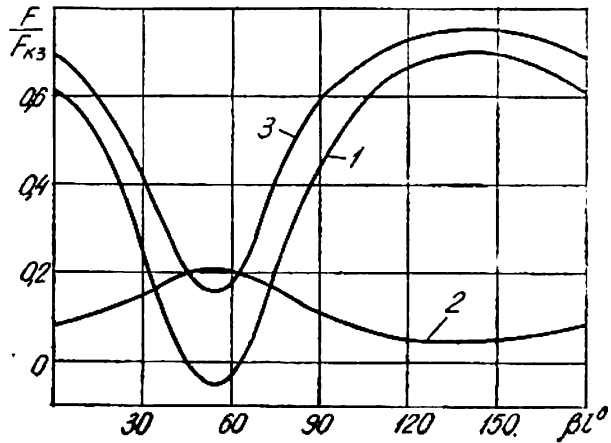
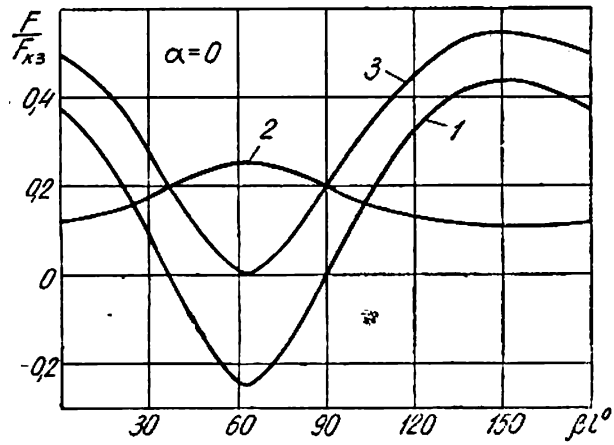


Рис. 2. Расчетные кривые относительного изменения сил, действующих на проходной резонатор и его элементы в функции длины резонатора, при отсутствии потерь:

1 — первая диафрагма, 2 — вторая диафрагма, 3 — результирующая сила на резонатор. а) случай одинаковых диафрагм; б) случай различных диафрагм.

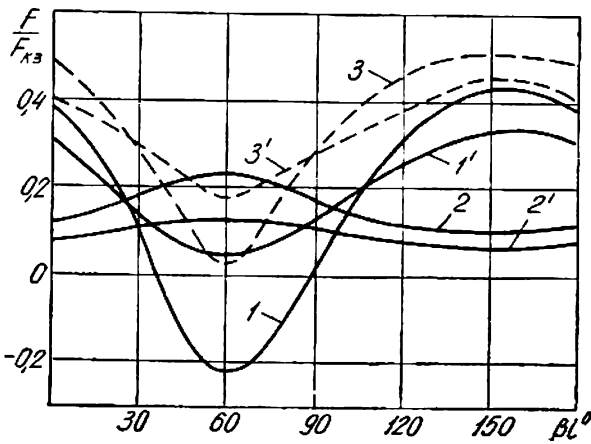


Рис. 3. Расчетные кривые относительного изменения сил, действующих на проходной резонатор и его элементы при наличии потерь. Диафрагмы одинаковые.

Кривые 1, 2, 3 — соответствуют потерям в резонаторе:  $\alpha = 1$  дБ/м; кривые 1', 2', 3' —  $\alpha = 10$  дБ/м;  $b_1 = b_2 = 1$ .

ть при резонансе равна нулю; при этом на противоположные стенки резонатора действуют силы, равные по величине и противоположные по направлению.

2. При наличии потерь равнодействующая сила не может быть равной нулю.

3. Сила, действующая на диафрагму, ближайшую к генератору, в зависимости от настройки резонатора может изменять знак и при резонансе всегда действует в сторону генератора. Это объясняется накоплением энергии в резонаторе. Сила, действующая на диафрагму, ближайшую к нагрузке, знака не изменяет — всегда действует в сторону нагрузки.

4. Если реактивные проводимости диафрагм не равны по абсолютной величине, то равнодействующая сила на проходной резонатор не будет равна нулю.

## § 2. Расчет сил на концевой резонатор

Выражение для сил, действующих на концевой резонатор, можно получить из предыдущих выражений, положив  $\rho_2 = 1$  ( $b_2 = \infty$ ). Тогда имеем

$$F_1 = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 (1 + e^{-4\alpha l}) + 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - 2\beta l)}{1 + |\rho_1|^2 e^{-4\alpha l} + 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - 2\beta l)}. \quad (16)$$

На диафрагму 2, которая в данном случае является короткозамыкающей пластиной, будет действовать сила

$$F_2 = F_{к.з} \frac{(1 - |\rho_1|^2) e^{-2\alpha l}}{1 + 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - 2\beta l) + |\rho_1|^2 e^{-4\alpha l}}. \quad (17)$$

Результирующая сила на концевой резонатор представляет сумму сил (16) и (17):

$$F_{\Sigma} = F_1 + F_2 = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 (1 + e^{-4\alpha l}) + 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - 2\beta l)}{1 + 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} \cos(\varphi_1 - 2\beta l) + |\rho_1|^2 e^{-4\alpha l}} + \frac{e^{-2\alpha l} - |\rho_1|^2 e^{-4\alpha l}}{|\rho_1|^2 e^{-4\alpha l}}. \quad (18)$$

Если  $\alpha = 0$ ,  $F_{\Sigma} = F_{к.з}$ .

Резонанс наступает при выполнении условия

$$\varphi_1 - \pi - 2\beta l = 2\pi n \quad (19)$$

или

$$\varphi_1 - 2\beta l = \pi(2n + 1), \quad (20)$$

где

$$n = 1, 2, 3 \dots$$

$$F_{1p} = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 (1 + e^{-4\alpha l}) - 2|\rho_1| e^{-2\alpha l}}{(1 - |\rho_1| e^{-2\alpha l})^2}; \quad (21)$$

$$F_{2p} = F_{к.з} \frac{(1 - |\rho_1|^2) e^{-2\alpha l}}{(1 - |\rho_1| e^{-2\alpha l})^2}; \quad (22)$$

$$F_{\Sigma p} = F_{к.з} \frac{|\rho_1|^2 (1 - e^{-2\alpha l}) + e^{-2\alpha l} (1 - 2|\rho_1| e^{-2\alpha l} + |\rho_1|^2 \cdot e^{-2\alpha l})}{(1 - |\rho_1| \cdot e^{-2\alpha l})^2}. \quad (23)$$

Очевидно, при отсутствии потерь результирующая сила при резонансе остается постоянной величиной:

$$F_{\Sigma p} = F_{к.з}. \quad (24)$$

Соотношения (15) остаются действительными и для данного случая.

На рис. 4 приведены теоретические кривые относительного изменения силы, действующей на концевой резонатор и его элементы при отсутствии потерь, на рис. 5 — те же зависимости при наличии потерь.

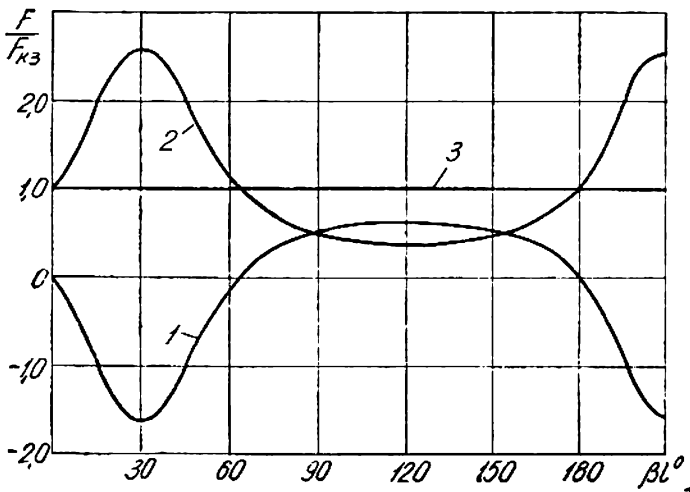


Рис. 4. Зависимость относительного изменения силы, действующей на концевой резонатор и его элементы при отсутствии потерь:

1 — сила на диафрагму связи ( $b_1=1$ ); 2 — сила на короткозамыкающую стенку; 3 — результирующая сила на резонатор.

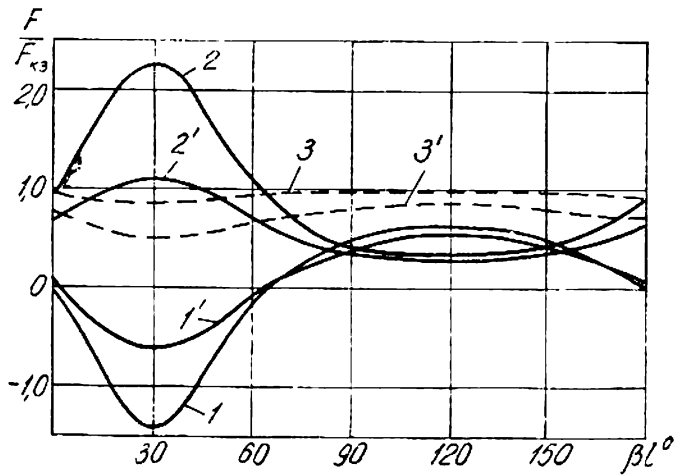


Рис. 5. Зависимость относительного изменения силы, действующей на концевой резонатор и его элементы при наличии потерь ( $b_1=1$ ).

Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $\alpha = 1$  об/м. Кривые 1', 2', 3' —  $\alpha = 10$  об/м.

Анализ концевой резонатора позволяет сделать следующие выводы:

1. Результирующая сила на концевой резонатор без потерь всегда равна  $F_{к.з.}$

2. Сила на торцовые стенки концевой резонаторы может во много раз превышать  $F_{к.з.}$ . При этом сила на диафрагму 1 будет действовать в сторону генератора, а сила на короткозамкнутую стенку всегда действует в сторону, противоположную генератору.

3. Наличие потерь приводит к уменьшению результирующей силы, пределом которой при росте потерь будет величина  $F_{к.з.}/2$ .

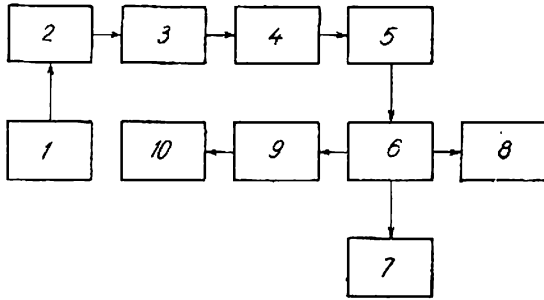


Рис. 6. Блок-схема измерительной установки:

1 — магнетронный генератор; 2 — фиксированный аттенуатор; 3 — волномер; 4 — ponderомоторный измеритель мощности; 5 — ферритовый вентиль; 6 — устройство для размещения исследуемого тела в волноводе и измерения силы; 7 — стабилизированный источник постоянного напряжения; 8 — вольтметр; 9 — фазовращатель; 10 — волновые нагрузки.

Центральной частью устройства является подвесная система, укрепленная на двух тонких вертикальных растяжках 2 из фосфористой бронзы. Подвесная система состоит из вертикального металлического стержня 1, к которому в горизонтальной плоскости крепятся:

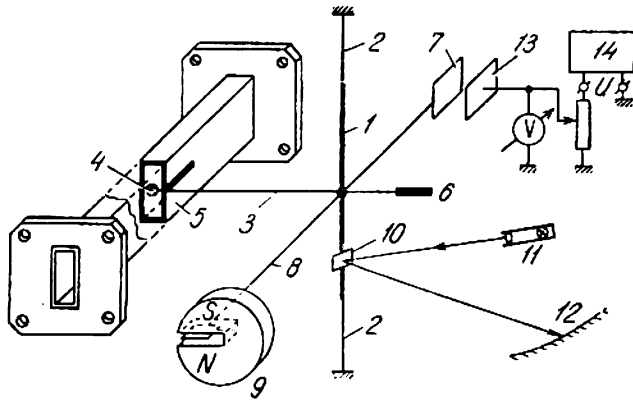


Рис. 7. Устройство для измерения силы, действующей на тело в волноводе.

1) кварцевый стержень 3 с укрепленным на нем тонким, хорошо проводящим диском (или пластиной) 4, размещаемым в волноводе 5, и противовесом 5;

2) металлический стержень с крылышком 7 служит для управления подвесной системы с помощью электростатического поля;

## II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

### § 1. Описание установки

Задача экспериментального исследования заключалась в проверке полученных выше количественных соотношений. Решение ее потребовало создания специальной установки, блок-схема которой показана на рис. 6.

Остановимся подробнее на описании устройства для измерения абсолютной величины силы, действующей на торцовые стенки и на резонатор в целом (рис. 7).



3) металлический стерженек с плоским крылышком 8, находящимся в зазоре постоянного магнита 9, обеспечивает электромагнитное демпфирование колебаний подвесной системы;

4) зеркальце 10, совместно с источником света 10 и шкалой 12 служит для индикации углового положения подвесной системы.

Обращаясь к блок-схеме (рис. 6), можно видеть, что если между 6 и 10 включить щелевую секцию, содержащую хорошо проводящую плоскую пластину, причем эта пластина может перемещаться вдоль волновода, то мы получаем возможность проводить измерения силы, действующей на переднюю стенку проходного резонатора в зависимости от его длины. Включив указанную секцию между 5 и 6, измеряем силу на вторую стенку проходного резонатора.

Результирующая сила, действующая на резонатор, равна сумме сил на торцовые стенки.

Концевой резонатор получаем, если вместо согласованной нагрузки 10 подключим подвижной короткозамыкающий поршень.

Чувствительность системы индикации позволила поддерживать неизменное положение пластины в волноводе с абсолютной погрешностью менее  $7 \cdot 10^{-3}$  мм.

Можно показать, что пондеромоторная сила, действующая на пластину, в волноводе может быть определена из выражения

$$F = \frac{G \cdot \theta_0}{L} \left( \frac{U_2^2}{U_1^2} - 1 \right), \quad (25)$$

где  $G$  — удельный момент кручения растяжек;

$U_1$  — управляющее напряжение, необходимое для установки подвесной системы в начальное положение, характеризуемое углом  $\theta_0$ ;

$U_2$  — управляющее напряжение, обеспечивающее неизменность углового положения подвесной системы при наличии пондеромоторной силы  $F$ ;

$L$  — длина стержня 3 от центра пластины до оси вращения.

Отметим, что применение довольно жестких растяжек ( $G = 4,7 \times 10^{-2} \frac{\text{дин} \cdot \text{см}}{\text{град}}$ ) повышает устойчивость системы против внешних механических воздействий, но несколько снижает чувствительность, которая оказалась равной  $\sim 0,5 \cdot 10^{-4}$  дин.

Общая погрешность абсолютных измерений сил, больших  $2 \cdot 10^{-3}$  дин, определяется в основном погрешностью измерения удельного момента кручения растяжек и не превышает  $\pm 5\%$ .

## § 2. Результаты измерений

Измерения сил проводились на частоте 9175 мгц в прямоугольном волноводе сечением  $10 \times 23$  мм на волне  $H_{10}$ . Затухание в тракте составляло величину порядка  $0,1 \div 0,15$  дб/м.

Зависимости для сил, рассчитанные с учетом указанных потерь, практически не отличаются от расчетных кривых, полученных в случае нулевых потерь.

На рис. 8 изображены экспериментальные зависимости абсолютного значения сил, действующих на проходной резонатор и его элементы.

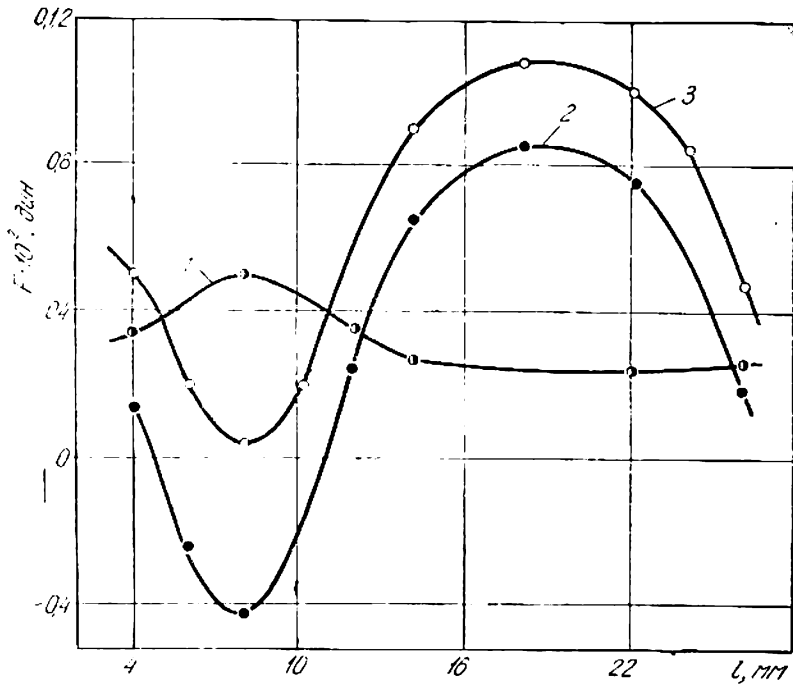


Рис. 8. Характеристика сил, действующих на резонатор и его элементы: 1 — на заднюю стенку, 2 — на переднюю стенку; 3 — на резонатор,  $P = 40 \text{ ат}$ ,  $b_1 = b_2 = 1$ ,  $f = 9175 \text{ мГц}$ .

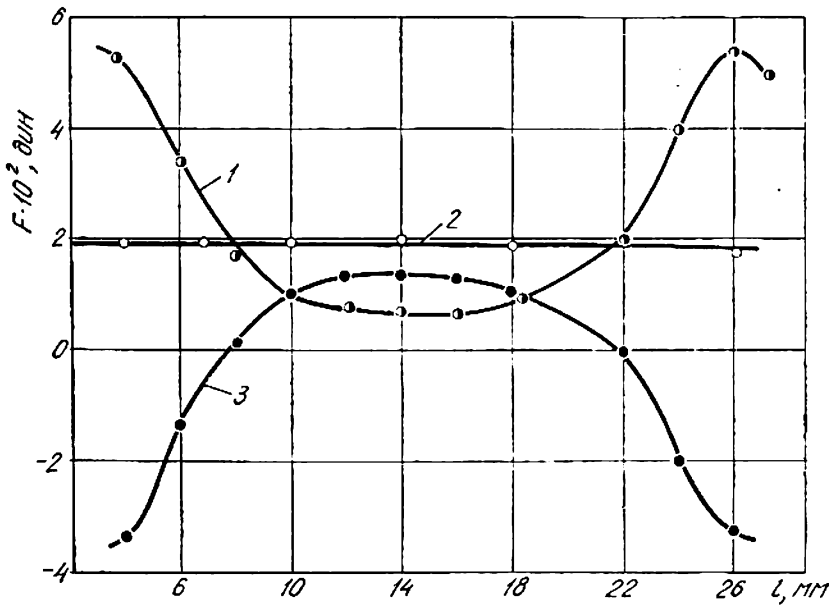


Рис. 9. Характеристика сил, действующих на резонатор и его элементы: 1 — на заднюю стенку, 2 — на резонатор, 3 — на переднюю стенку,  $P = 40 \text{ ат}$ ,  $b = 1$ ,  $f = 9175 \text{ мГц}$ .

На рис. 9 приведены аналогичные зависимости для концевой резонатора. При измерении силы на короткозамкнутую стенку концевой резонатора вместо пластины в волноводе измерительного устройства размещалась прямоугольная резонансная рамка, КСВН которой был равен 145 ( $\rho = 0,986$ ).

Результаты эксперимента количественно хорошо совпадают с выводами теоретического исследования.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные в настоящей работе, представляют не только познавательный интерес. Они могут быть положены в основу создания новых типов измерительных приборов на СВЧ. Например, явление значительного увеличения силы на элемент объемного резонатора может быть использовано при создании пондеромоторного ваттметра повышенной чувствительности; периодичность действия силы вдоль волновода, равная  $\frac{\lambda_{\text{в}}}{2}$ , может быть использована при создании волномера без применения детектора и т. д.

Авторы благодарны старшему научному сотруднику Г. Г. Половникову за полезные советы при создании экспериментальной установки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. П. Н. Лебедев. Избр. соч. под ред. проф. А. К. Тимирязева, Изд-во АН СССР, 1949.
2. Р. А. Валитов. Пондеромоторные силы электромагнитных волн в диапазоне СВЧ. «Тр. радиophys. ф-та Харьковск. ун-та», т. I, 1959.
3. И. Е. Тамм. Основы теории электричества, М., ГИТТЛ, 1954.