ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В СПИРАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ С ГИРОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

И. П. Якименко, Л. А. Назаренко, А. А. Шадрин

1. В ферритовой и плазменной среде, как и в любом теле с отличной от нуля температурой, возникают интенсивные электромагнитные флуктуации. Эти флуктуации проявляются прежде всего в виде конечного потока мощности теплового излучения, испускаемого рассматриваемой гиротропной средой. Тепловое излучение гиротропных сред используется в качестве источника шумовой электромагнитной энергии, а также для определения характеристик самой излучающей среды. Спектральное распределение мощности теплового излучения рассматриваемой системы с ферритом или плазмой может быть определено на основании общей теории флуктуаций [1, 2], если известны тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости среды. Если рассматриваемая система неоднородна в каком-либо направлении, то на границе раздела векторы поля должны удовлетворять обычным граничным условиям макроскопической электродинамики.

Именно такой случай имеет место в настоящей работе, где рассматривается цилиндрический объем плазмы или феррита, отделенный от свободного пространства анизотропно-проводящей поверхностью. Такая система, как известно, является хорошим приближением реального спирального волновода с гиротропной средой. Таким образом, на границе раздела гиротропная среда — вакуум должны быть непрерывны тангенциальные составляющие вектора напряженности электрического поля, равны нулю тангенциальные электрические поля в направлении проводимости и непрерывна тангенциальная составляющая вектора магнитного поля в этом направлении.

Электромагнитные флуктуации существуют не только в гиротропной среде, заполняющей спиральный волновод, но также и в самом металлическом проводнике, из которого изготовлена спираль. Поэтому полный поток мощности теплового излучения состоит, строго говоря, из суммы потоков, создаваемых гиротропной средой и спирально-проводящей поверхностью. Тепловое излучение хорошо проводящих тел может быть при необходимости вычислено с помощью представления о поверхностном случайном поле и приближенных граничных условий М. А. Леонтовича [1]. Однако, учитывая, что затухание, вносимое гиротропной средой, значительно превышает потери, связанные с неидеальностью провода спирали [3], а в случае плазмы и электронная температура значительно превышает физическую температуру провода, мы в настоящей работе ограничились вычислением флуктуационного излучения, связанного с гиротропной средой.

Примененный в работе электродинамический подход к вычислению мощности теплового излучения необходим при расчетах в диапазоне сверхвысоких частот, когда неприменимы ни условия геометрической оптики, ни условия квазистационарности цепи. Именно для этого диапазона и пригодны соотношения, полученные в работе. Отметим, что те же результаты могут быть получены и путем вычисления энергетических коэффициентов поглощения данным источником взаимно ортогональных волн, образующих полную систему для рассматриваемой задачи [1].

2. Фурье-компоненты флуктуационных электромагнитных полей в плазме с учетом «сторонней» индукции $\vec{K}$ могут быть представлены в следующем виде [4]:

$$
\begin{gathered}
E_z = -\frac{\lambda_1\gamma_1^2}{k\sqrt{\varepsilon_z}}\psi_1 - \frac{\lambda_2\gamma_2^2}{k\sqrt{\varepsilon_z}}\psi_2; \qquad H_z = -\frac{i\gamma_1^2}{k}\psi_1 - \frac{i\gamma_2^2}{k}\psi_2; \\
E_z = -\frac{\partial\psi_1}{\partial r} - \frac{\partial\psi_2}{\partial r} - \frac{nb_1}{r}\psi_1 - \frac{nb_2}{r}\psi_2 - \frac{ik^4\eta\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_r + \frac{k^2(\beta^2 - k^2\varepsilon)\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_\varphi; \\
E_r = ib_1\frac{\partial\psi_1}{\partial r} + ib_2\frac{\partial\psi_2}{\partial r} + \frac{in}{r}\psi_1 + \frac{in}{r}\psi_2 + \frac{k^2(\beta^2 - k^2\varepsilon)\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_r + \frac{ik^4\eta\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_\varphi; \qquad (1) \\
H_\varphi = -i\lambda_1\sqrt{\varepsilon_z}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} - i\lambda_2\sqrt{\varepsilon_z}\frac{\partial\psi_2}{\partial r} + \frac{in\beta}{kr}\psi_1 + \frac{in\beta}{kr}\psi_2 + \\
+ \frac{\beta k(\beta^2 - k^2\varepsilon)\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_r + i\frac{k^2\beta\eta\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_\varphi; \\
H_r = \frac{\beta}{k}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} + \frac{\beta}{k}\frac{\partial\psi_2}{\partial r} - \frac{n\lambda_1\sqrt{\varepsilon_z}}{r}\psi_1 - \frac{n\lambda_2\sqrt{\varepsilon_z}}{r}\psi_2 - \\
- \frac{\beta k(\beta^2 - k^2\varepsilon)\varepsilon_z}{\varepsilon\gamma_1^2\gamma_2^2}K_\varphi + i\frac{k^3\beta\eta\varepsilon_z}{\gamma_1^2\gamma_2^2\varepsilon}K_r,
\end{gathered}
$$

где

$$
\begin{gathered}
\psi_{1,2} = A_{1,2}J_n(\gamma_{1,2}r) + \Phi_{1,2}; \\
\gamma_{1,2}^2 = a_2 + b\lambda_{1,2} = a_1 - b\lambda_{2,1}; \\
\lambda_{1,2} = \frac{1}{2b}\left(a_1 - a_2 \pm \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + 4b^2}\right); \\
a_1 = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}(k^2\varepsilon - \beta^2); \quad a_2 = -\beta^2 + k^2\frac{\varepsilon^2 - \eta^2}{\varepsilon}; \quad b = \frac{\beta k\eta\sqrt{\varepsilon_z}}{\varepsilon}; \\
b_{1,2} = -\frac{\beta^2 - k^2\varepsilon + \gamma_{1,2}^2}{k^2\eta}; \qquad (2)
\end{gathered}
$$

$k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число в свободном пространстве;

$\varepsilon, \eta, \varepsilon_z$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы

$$
\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\eta & 0 \\ -i\eta & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}; \qquad (3)
$$

K_i — составляющие вектора «сторонней» электрической индукции.

В (1) входят также величины $\Phi_{1,2}$ — линейные функционалы от $\vec{K}$:

$$
\Phi_{1,2} = \pm\frac{k\pi\lambda_{2,1}H_n^1(\gamma_{1,2}a)}{2\gamma_{1,2}^2(\lambda_2 - \lambda_1)}\int_0^a drrf_{1,2}, \qquad (4)
$$

где

$$f_{1,2} = -\frac{i\lambda_{1,2}\gamma_{1,2}^2}{\sqrt{\varepsilon_z}} J_{n1,2} K_z - \frac{inkb_{1,2}}{r} J_{n1,2} K_\varphi +$$

$$+ \frac{nk}{r} J_{n1,2} K_r + kb_{1,2} J'_{n1,2} K_r - ikJ'_{n1,2} K_\varphi; \qquad (5)$$

$$J_{ni} = J_n(\gamma_i a).$$

Вектор полной напряженности поля в точке с координатами r, φ, z в момент времени t может быть найден по формуле

$$\vec{E}(r,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_{n,\beta,\omega}(r) e^{-i(\omega t - \beta z - n\varphi)}, \qquad (6)$$

где составляющие $\vec{E}_{n,\beta,\omega}$ определяются из (1). Поля в ферритовой среде определяются аналогично и записаны в работе [5].

3. Предположим теперь, что плазменная или ферритовая среда занимает пространство $r < a$ и отделена от свободного пространства анизотропно-проводящей поверхностью. Поля в вакууме имеют обычный вид:

$$E_z = B_1 H_n^{(1)}(\gamma_0 r); \quad H_z = B_2 H_n^{(1)}(\gamma_0 r);$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{\gamma_0^2}\left\{\frac{n\beta}{r} B_1 H_n^{(1)}(\gamma_0 r) + ikB_2 \frac{\partial H_n^{(1)}(\gamma_0 r)}{\partial r}\right\};$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{\gamma_0^2}\left\{\frac{n\beta}{r} B_2 H_n^{(1)}(\gamma_0 r) - ikB_1 \frac{\partial H_n^{(1)}(\gamma_0 r)}{\partial r}\right\}; \qquad (7)$$

$$\gamma_0^2 = k^2 - \beta^2,$$

а интересующий нас поток мощности теплового излучения в радиальном направлении с единицы длины цилиндра [4]:

$$p_\omega = \frac{2ck}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-k}^{+k} d\beta \, (|\overline{B}_1|^2 + |\overline{B}_2|^2) \frac{1}{\gamma_0^2}. \qquad (8)$$

Задача, таким образом, сводится к нахождению связи между B_i и $\vec{K}$, $\vec{L}$, после чего усреднение может быть проведено с помощью функций корреляции для $\vec{K}$ и $\vec{L}$ [2]:

$$\langle K_{i\omega\beta}^{(1)} K_{k\omega\beta}^{*(2)} \rangle = \frac{i\hbar}{4\pi^2} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2T} (\varepsilon_{ki}^* - \varepsilon_{ik}) \frac{\delta(r_2 - r_1)}{r_1};$$

$$\langle L_{i\omega\beta}^{(1)} L_{k\omega\beta}^{*(2)} \rangle = \frac{i\hbar}{4\pi^2} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2T} (\mu_{ki}^* - \mu_{ik}) \frac{\delta(r_2 - r_1)}{r_1};$$

$$\langle K_{i\omega\beta}^{(1)} L_{k\omega\beta}^{*(2)} \rangle = 0. \qquad (9)$$

В соответствии со сказанным ранее на границе $r = a$ должно быть:

1) $E_z^1 = E_z^2$;

2) $E_\varphi^1 = E_\varphi^2$;

3) $E_z^1 \operatorname{tg}\theta + E_\varphi^1 = E_z^2 \operatorname{tg}\theta + E_\varphi^2 = 0$; (10)

4) $H_z^1 \operatorname{tg}\theta + H_\varphi^1 = H_z^2 \operatorname{tg}\theta + H_\varphi^2$.

Пользуясь (1), (7) и (10), найдем

$$B_i = \frac{\delta_{ik} \cdot \varphi_k}{\Delta}, \qquad (11)$$

где

$$\Delta = J_1 J_2 H H' \left\{ \left[\frac{nk^2\gamma_0^2 n}{a} h + k^4 \gamma_i^2 \operatorname{tg}^2\theta - \left(\operatorname{tg}\theta e - \frac{n\beta}{a}\right)^2 \right] \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)\sqrt{\varepsilon_z}}{\varepsilon_д} + \right.$$

$$+ \frac{k\sqrt{\varepsilon_z} J_1' J_2'}{J_1 J_2} (\lambda_2 - \lambda_1) + \left[2\gamma_2^2 \operatorname{tg}\theta + \frac{\lambda_2 \gamma_2^2 \gamma_0^2}{k\sqrt{\varepsilon_z}} h - \frac{n}{a} (b_2 \lambda_1 \sqrt{\varepsilon_z} + \beta) \right] \frac{J_1'}{J_1} -$$

$$\left. - \left[2\gamma_1^2 \operatorname{tg}\theta + \frac{\lambda_1 \gamma_1^2 \gamma_0^2}{k\sqrt{\varepsilon_z}} h - \frac{n}{a} (b_1 \lambda_2 \sqrt{\varepsilon_z} + \beta) \right] \frac{J_2'}{J_2} \right\}; \tag{12}$$

$$\delta_{1\,1,2} = - \frac{\lambda_{2,1} J_{2,1}}{\gamma_0^2 \sqrt{\varepsilon_z}} H \left[\frac{n(k^2\varepsilon_z - \gamma_{2,1}^2)}{a\beta} - \gamma_{2,1}^2 \operatorname{tg}\theta + k\sqrt{\varepsilon_z} \lambda_{1,2} \frac{J_{2,1}'}{J_{2,1}} \right];$$

$$\delta_{2\,1,2} = - i \frac{\gamma_0^2 \tau_0}{k} \frac{H}{H'} \delta_{1\,1,2},$$

$$\varphi_{1,2} = \mp \frac{i}{a} \int_0^a dr\, r f_{1,2};$$

$$h = \tau_0^2 \frac{H}{H'} - \frac{k^2}{\gamma_0^1} \frac{H'}{H}; \quad \tau_i = \operatorname{tg}\theta - \frac{n\beta}{a\gamma_i^2}; \quad e = k^2\varepsilon - \beta^2; \quad H = H_n^{(1)}(\gamma_0 a).$$

В случае ферритовой среды

$$\Delta = \frac{J_1 J_2 H H'}{\gamma_0^2} \left\{ \left[\frac{\lambda_1 \gamma_1^2}{k} \sqrt{\frac{\mu_z}{\varepsilon}} \operatorname{tg}\theta - \frac{n}{a\mu} \left(\frac{\beta\lambda_1 \sqrt{\mu_z \varepsilon}}{k} - \varepsilon \frac{J_1'}{J_1} \right) \right] \times \right.$$

$$\times \left(\frac{n\beta}{a} - \gamma_2^2 \operatorname{tg}\theta + \frac{k\sqrt{\varepsilon\mu_z} \lambda_2 J_2'}{J_2} \right) - \left[\frac{\lambda_1 \gamma_2^2}{k} \sqrt{\frac{\mu_z}{\varepsilon}} \operatorname{tg}\theta - \frac{n}{a\mu} \left(\frac{\beta\lambda_2 \sqrt{\mu_z\varepsilon}}{k} - \varepsilon \frac{J_2'}{J_2} \right) \right] \times$$

$$\left. \times \left(\frac{n\beta}{a} - \gamma_1^2 \operatorname{tg}\theta + \frac{k\sqrt{\varepsilon\mu_z} \lambda_1 J_1'}{J_1} \right) + \frac{\gamma_0^2 h \sqrt{\varepsilon\mu_z}}{k} \left[\frac{n\beta^2 \varkappa (\lambda_2 - \lambda_1)}{\mu a} + \frac{\gamma_1^2 \lambda_2 J_2'}{J_2} - \frac{\gamma_2^2 \lambda_1 J_1'}{J_1} \right] \right\}; \tag{13}$$

$$\delta_{2\,1,2} = \frac{ikH'\delta_{1\,1,2}}{\tau_0 \gamma_0^2 H};$$

$$\delta_{1\,1,2} = - \frac{\tau_0}{k} J_{2,1} H \left[\frac{n\beta}{a} - \gamma_{2,1}^2 \operatorname{tg}\theta + k\sqrt{\varepsilon\mu_z} \lambda_{2,1} \frac{J_{2,1}'}{J_{2,1}} \right];$$

ε, μ, $\varkappa$, μ_z — диэлектрическая и магнитная проницаемости феррита.

Пользуясь результатами работы [4], запишем теперь окончательное выражение для мощности теплового излучения на частоте ω с единицы поверхности спирального волновода, заполненного гиротропной средой ($\hbar\omega \ll kT$):

$$p_\omega = \frac{T}{\pi^4 a^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-k}^{k} \frac{d\beta}{\gamma_0^2 |\Delta|^2} (-1)^{i+k} f_{ik} \delta_{1i} \delta_{ik}^*, \tag{14}$$

где в случае плазмы

$$f_{ik} = \frac{\varepsilon_z''}{|\varepsilon_z|} \gamma_i^2 \gamma_k^{*2} \lambda_i \lambda_k^* I_1^{ik} + k^2 [\varepsilon'' (1 + b_i b_k^*) - \eta'' (b_i + b_k^*)] I_2^{ik} +$$

$$+ nk^2 [\varepsilon'' (b_i + b_k^*) - \eta'' (1 + b_i b_k^*)] I_3^{ik}, \tag{15}$$

а в случае феррита

$$f_{ik} = \gamma_i^2 \gamma_k^{*2} \left(\varepsilon'' + \mu_z'' \lambda_i \lambda_k^* \left| \frac{\varepsilon}{\mu_z} \right| \right) I_1^{ik} + \{ \varepsilon'' (\beta^2 + k^2 \lambda_i \lambda_k^* |\varepsilon\mu_z|) + k^2 |\varepsilon|^2 [\mu'' (1 + b_i b_k^*) -$$

$$
-\varkappa''(b_i + b_k^*)]\} I_2^{ik} + nk^2 |\varepsilon|^2 \left\{ \frac{\beta\varepsilon''[\lambda_1 \sqrt{\varepsilon\mu_z} + \lambda_k^* \sqrt{\varepsilon^*\mu_z^*}]}{k|\varepsilon|^2} + \right.
$$

$$
\left. + \mu''(b_i + b_k^*) - \varkappa''(1 + b_1 b_2^*) \right\} I_3^{ik}, \tag{16}
$$

причем

$$
I_1^{ik} = \frac{J_{ni} J_{nk}^{*\prime} - J_{ni}^{1\prime} J_{nk}^*}{\gamma_i^2 - \gamma_k^{*2}} a; \quad I_3^{ik} = J_{ni} J_{nk}^*; \quad I_2^{ik} = \frac{\gamma_i^2 J_{ni} J_{nk}^{*\prime} - \gamma_k^{*2} J_{nk}^* J_{ni}'}{\gamma_i^2 - \gamma_k^{*2}}. \tag{17}
$$

Формула (14) допускает расчет мощности теплового излучения на электронно-вычислительных машинах или приближенными методами. Существенно то, что эта формула содержит полный спектр колебаний с индексами n. В рассматриваемом случае спирального волновода колебание с индексом n является преобладающим в условиях n-ого пространственного резонанса.

4. Рассмотрим теперь наиболее интересный случай тонкого цилиндра ($\gamma_i a \ll 1$). Пользуясь приближенными значениями функций Бесселя для малых аргументов, найдем в случае спирального волновода с плазмой

$$
p_{\omega 0} = a \frac{\varepsilon_z'' k^4 T}{8\pi^2} \int_{-k}^{k} \frac{\gamma_0^2 \, d\beta}{\left| 2\gamma_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta \ln \frac{\gamma_0 a}{2} - k^2 \right|^2}. \tag{18}
$$

При условии

$$
\frac{k^2}{2\gamma_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta \ln \frac{\gamma_0 a}{2}} \gg 1,
$$

имеющем место при малых $\operatorname{tg}\theta$, из (18) получим

$$
p_{\omega 0} = \frac{k^3 T \varepsilon_z''}{6\pi^2} a. \tag{19}
$$

Для $n = 1$ из общей формулы найдем

$$
p_{\omega 1} = a^3 \frac{k^5 (\varepsilon'' - \gamma_1'')}{6\pi} T \operatorname{tg}^2 \theta. \tag{20}
$$

Если спиральный волновод заполнен ферритовой средой при продольном подмагничивании, то

$$
p_{\omega 0} = \frac{\mu_z'' k^2 T}{2\pi^2 a} \operatorname{tg}^2 \theta \int_{-k}^{k} \frac{\gamma_0^2 \, d\beta}{\left| 2\gamma_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta \ln \frac{\gamma_0 a}{2} - k^2 \mu_z \right|^2}. \tag{21}
$$

При условии

$$
\frac{k^2 \mu_z}{2 \operatorname{tg}^2 \theta \gamma_0^2 \ln \frac{\gamma_0 a}{2}} \gg 1
$$

$$
p_{\omega 0} = \frac{2\mu_z''}{3\pi^2 a^2 |\mu_z|^2} T \operatorname{tg}^2 \theta. \tag{22}
$$

Для $n = 1$

$$
p_{\omega 1} = \frac{2k^3 (\mu'' - \varkappa'') T}{3\pi^2 |\varkappa - \mu - 1|^2} a. \tag{23}
$$

Колебания с $n > 1$ дают вклад в мощность теплового излучения, пропорциональный a^{2n+1}, и в рассматриваемом случае тонкого цилиндра могут не учитываться.

Формулы (18) — (23) чрезвычайно просты и дают наглядное представление о мощности теплового излучения спирального волновода с гиротропной средой.

5. До сих пор мы предполагали, что какой-либо зазор между спиралью и гиротропной средой отсутствует, тогда как реально наибольший интерес представляет случай, когда спираль отделена от гиротропной среды диэлектрическим промежутком. Так, например, плазма обычно заключена в стеклянную трубку, на которой располагается спиральный проводник. Теоретически такая задача будет отличаться от предыдущей тем, что теперь необходим учет полей в пространстве между спиралью и гиротропной средой, а также необходимо учесть мощность теплового излучения в этом пространстве. Предположим, что диэлектрический слой имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_д$ и магнитную проницаемость μ; но собственным тепловым излучением этого слоя можно пренебречь. Пусть радиус объема, занятого плазмой, будет равен a, радиус спирали — b. Тогда поля в пространстве $a < r < b$ могут быть записаны в виде:

$$E_z = C_1 H_n^{(1)} + C_2 H_n^{(2)}; \quad H_z = D_1 H_n^{(1)} + D_2 H_n^{(2)};$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{\gamma^2}\left\{\frac{n\beta}{r}\left(C_1 H_n^{(1)} + C_2 H_n^{(2)}\right) + ik\mu\left(D_1 H_1^{(1)\prime} + D_2 H_2^{(2)\prime}\right)\right\};$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{\gamma^2}\left\{\frac{n\beta}{r}\left(D_1 H_n^{(1)} + D_2 H_n^{(2)}\right) - ik\varepsilon_д\left(C_1 H_n^{(1)\prime} + C_2 H_n^{(2)\prime}\right)\right\}; \tag{24}$$

$$H_n^{(1,2)} = H_n^{(1,2)}(\gamma r); \quad \gamma^2 = k^2 \varepsilon_д \mu - \beta^2.$$

К четырем граничным условиям при $r = b$ теперь необходимо добавить еще четыре условия при $r = a$, состоящие в равенстве тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе раздела плазма — диэлектрик.

Эта система из восьми уравнений для восьми неизвестных постоянных A_i, B_i, C_i, D_i позволяет выразить все постоянные в виде линейных функционалов от $\vec{K}$. В частности, B_i, как и ранее, выражается в виде (11), но теперь

$$\Delta = \alpha_i\left\{\left(\frac{ikH'}{\gamma_0^2}Q_2 + \tau_0 H R_2\right)\left(S_1 H_{2b} - S_2 H_{1b}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{ikH'}{\gamma_0^2}Q_1 + \tau_0 H R_1\right)\left(S_4 H_{1b} - S_3 H_{2b}\right)\right\} + \frac{ikHH'}{\gamma_0^2}\left(S_1 S_4 - S_2 S_3\right); \tag{25}$$

$$\delta_{1\,1,2} = \frac{4iak^2 aH'}{\pi\mu\gamma_1\gamma_2\gamma_0^2}\left[\nabla_{3,4} H_{2a} H_{1b} - \Delta_{3,4} H_{1a} H_{2b} - \frac{ik\varepsilon_д}{\tau\gamma^2}\left(\nabla_{1,2} H_{2a} H'_{1b} - \Delta_{1,2} H_{1a} H'_{2b}\right)\right];$$

$$\delta_{2\,1,2} = -i\,\frac{\tau_0 \gamma_0^2 H}{kH^1}\,\delta_{1\,1,2},$$

где

$$\Delta_{1,2} = \frac{1}{J_{1,2}}\left\{\frac{\gamma^2\sqrt{\varepsilon_z}J'_{2,1}}{\gamma_1\gamma_2 J_{2,1}} - \frac{\gamma_{2,1}^2\mu\sqrt{\varepsilon_z}H'_{1,2}}{\gamma_{1,2}H_{1,2}} + \frac{nk\lambda_{2,1}}{a\beta\gamma_1\gamma_2}\left(\gamma_{2,1}^2\varepsilon_д\mu - \varepsilon_z\gamma^2\right)\right\};$$

$$\Delta_{3,4} = \frac{1}{J_{1,2}}\left\{-\frac{i\lambda_{21}\sqrt{\varepsilon_z}\gamma^2}{\gamma_1\gamma_2}\frac{J'_{21}}{J_{2,1}} + \frac{i\lambda_{2,1}\gamma_{2,1}\varepsilon_д H'_{1a}}{\gamma_{1,2}H_{1a}} + \frac{in\beta\sqrt{\varepsilon_z}\left(\gamma^2 - \gamma_{2,1}^2\right)}{ak\gamma_1\gamma_2}\right\}. \tag{26}$$

Выражения для ∇_i получаются заменой H_{1a} на H_{2a} в соответствующих Δ_i:

$$Q_{1,2} = \frac{kb}{\gamma_0^2 \tau} H' H'_{2,1b} + \frac{n\beta\gamma^2}{k\mu\gamma_0^2} H H_{2,1b}; \quad R = -jb\left(\frac{\tau}{\tau_0} H H_{2,1b} - \frac{\gamma^2}{\mu\gamma_0^2} H' H_{2,1b}\right);$$

$$S_{1,4} = \frac{\gamma^2 a}{k\mu} H^2_{2,1a}(\alpha^2 - \alpha_{1,2}\rho_2) - \alpha\left(\frac{k\varepsilon_д b}{\tau\gamma^2} H'_{1b} H'_{2b} - \frac{n\beta}{k\mu} H_{1b} H_{2b}\right);$$

$$S_{2,3} = \frac{\gamma^2 a}{k\mu} H^2_{2,1a}(\alpha^2 - \alpha_{2,1}\rho_{2,1}) - \alpha\left(\frac{k\varepsilon_д b}{\tau\gamma^2} H'^2_{2,1b} - \frac{n\beta}{k\mu} H^2_{2,1b}\right);$$

$$\alpha = \frac{n\beta}{a\gamma^2} - \frac{k\sqrt{\varepsilon_z}}{\gamma_1^2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{J_1'}{J_1} + \frac{k\sqrt{\varepsilon_z}}{\gamma_2^2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{J_2'}{J_2} + \frac{n\beta(\beta^2 - k^2\varepsilon)\varepsilon_z}{a\gamma_1^2\gamma_2^2\varepsilon};$$

$$\alpha_{1,2} = -\frac{ik\varepsilon_д}{\gamma^2} \frac{H'_{1,2a}}{H_{1,2a}} - \frac{ik\varepsilon_z\lambda_1}{\gamma_1^2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{J_1'}{J_1} + \frac{ik\varepsilon_z\lambda_2 J_2'}{\gamma_2^2(\lambda_2 - \lambda_1) J_2} + \frac{ink^2\eta\varepsilon_z}{a\gamma_1^2\gamma_2^2\varepsilon};$$

$$\rho_{1,2} = \frac{ik\mu}{\gamma^2} \frac{H'_{1,2a}}{H_{1,2a}} - \frac{ik\lambda_2}{\gamma_1^2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{J_1'}{J_1} + \frac{ik\lambda_1}{\gamma_2^2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{J_2'}{J_2} - \frac{ink^3\eta\varepsilon_z}{a\gamma_1^2\gamma_2^2\varepsilon};$$

$$H_{ia} = H_n^{(i)}(\gamma a), \quad H_{ib} = H_n^{(i)}(\gamma b), \quad H = H_n^{(1)}(\gamma_0 b).$$

Подставляя (24) в (14), получим мощность теплового излучения системы плазма — диэлектрик — спираль в свободное пространство.

Нетрудно видеть, что при $b = a$ (24) переходит в (12).

Поток мощности теплового излучения в зазоре состоит из суммы потока от плазмы и отраженного потока от спирали. В этом нетрудно убедиться, подставляя поля (24) в обычные выражения для потока мощности с единицы длины цилиндра:

$$p_\omega = \frac{cr}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} d\beta\, d\beta_1 \operatorname{Re}(E_\varphi H_z^* - E_z H_\varphi^*). \tag{27}$$

Используя (24), найдем

$$p_\omega = \frac{2\omega}{\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-k\sqrt{\mu\varepsilon_д}}^{k\sqrt{\mu\varepsilon_д}} [\mu(|\overline{D}_1|^2 - |\overline{D}_2|^2) + \varepsilon_д(|\overline{C}_1|^2 - |\overline{C}_2|^2)] \frac{d\beta}{\gamma^2} - \right.$$

$$\left. - (-1)^n \operatorname{Re}\left[\int_{-\infty}^{-k\sqrt{\mu\varepsilon_д}} \frac{d\beta}{\gamma^2} (\mu D_1 D_2^* + \varepsilon_д C_1 C_2^*) + \int_{k\sqrt{\mu\varepsilon_д}}^{\infty} \frac{d\beta}{\gamma^2} (\mu D_1 D_2^* + \varepsilon_д C_1 C_2^*) \right] \right\}. \tag{28}$$

6. Результаты, полученные в настоящей работе, показывают, что тепловое излучение спирального волновода с ферритом или плазмой сильно зависит от внешнего постоянного магнитного поля и геометрических параметров. Для случая тонкого цилиндра эта зависимость приобретает весьма простой вид и описывается формулами (18)—(23). Зависимость теплового излучения от магнитного поля может, в частности, использоваться для эффективного управления мощностью газоразрядных генераторов шума.

Следует подчеркнуть, что методом, изложенным в работе, может быть вычислена не только мощность теплового излучения, но и плотность флуктуационной энергии в рассматриваемой системе. При этом полная энергия состоит из энергии бегущих волн и энергии квазистационарного теплового поля. Последняя может быть вычислена только с помощью общей теории электромагнитных флуктуаций, последовательно примененной в настоящей работе и к определению мощности теплового излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Леонтович, С. М. Рытов. ЖЭТФ, 23, 246, 1952; С. М. Рытов. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения, М., Изд-во АН СССР, 1953.

2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.

3. И. П. Якименко. «Радиотехника и электроника», 9, 11, 1968, 1964.

4. И. П. Якименко. «Радиофизика», 8, 3, 476 1965.

5. И. П. Якименко. Тепловое излучение ферритового цилиндра (стр. 100 настоящего сборника).