

РАСЧЕТ ПОСТОЯННЫХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ H_{01} -ВОЛНЫ В КОЛЬЦЕВОМ ВОЛНОВОДЕ С КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНОЙ КОЛЕЦ

С. А. Масалов

1. Введение. Эквивалентные граничные условия

В работах [1, 2] подробно исследована задача о распространении электромагнитных волн в кольцевом волноводе, образованном бесконечно тонкими и идеально проводящими кольцами. В [3] получены дисперсионные уравнения для волновода, состоящего из колец с бесконечно большим внешним радиусом, причем дисперсионные уравнения решаются методом малых возмущений. Представляет также интерес рассмотреть задачу о распространении H_{01} -волны в волноводе, состоящем из колец прямоугольного поперечного сечения.

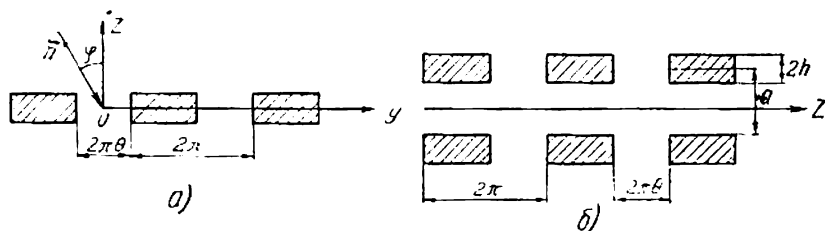


Рис. 1. Периодическая структура:
а) решетка, б) кольцевой волновод

Вывод дисперсионного уравнения будет проведен на основе эквивалентных граничных условий. В [4] получено решение задачи о дифракции E -поляризованной нормально падающей плоской электромагнитной волны на идеально проводящей решетке, составленной из брусков прямоугольного поперечного сечения. Период рассматриваемой там плоской решетки взят равным 2π , ширина щели $2\pi\theta$, толщина брусков $2h$. Нахождение поля в конечном счете сводилось к решению двух бесконечных систем линейных алгебраических уравнений.

Аналогично можно рассмотреть и задачу о дифракции на той же решетке (рис. 1, а) наклонно падающей волны той же поляризации. Из полученных в этом случае бесконечных систем, воспользовавшись методом редукции, в длинноволновом приближении при $k < 0,5$ получим формулы для определения коэффициентов отражения и прохождения по нулевой гармонике a_0 и b_0 . При нахождении явного выражения для a_0 и b_0 учитывались только первые два уравнения из бесконечной системы. Численно сравнивая решения линейных алгебраических систем разных порядков, можно сделать вывод, что формулы для a_0 и b_0 дают удовлетворительную точность.

Зная a_0 и b_0 , мы можем записать при достаточно малых k локальные граничные условия в плоскости $z = 0$, которые будут эквивалентны действию реальной решетки.

Действительно, при $k < 0,5$ на некотором расстоянии от решетки будут существовать поля только основных гармоник, так как остальные поля экспоненциально убывают по оси oz . Выражения составляющих поля, учитывающие только основные волны, имеют вид

$$E_x^+ = e^{i(h_0 y - \gamma_0 z)} + a_0 e^{i\gamma_0(z-h)} \cdot e^{ih_0 y}; \quad z > h$$

$$E_x^- = b_0 e^{-i\gamma_0(z+h)} \cdot e^{ih_0 y}, \quad z < -h$$

где

$$h_0 = k \sin \alpha;$$

$$\gamma_0 = \sqrt{k^2 - h_0^2} = k \cos \alpha.$$

Если мысленно продолжить эти поля до $z = 0$, как поля плоских волн, то мы тем самым введем при $z = 0$ некоторую фиктивную поверхность, на которой определены скачки составляющих поля

$$E_x^+ - E_x^- = \frac{k[1 + (a_0 - b_0)e^{-i\gamma_0 h}]}{\gamma_0[-1 + (a_0 - b_0)e^{-i\gamma_0 h}]} \times (H_y^+ + H_y^-); \quad (1)$$

$$E_x^+ + E_x^- = \frac{k[1 + (a_0 + b_0)e^{-i\gamma_0 h}]}{\gamma_0[-1 + (a_0 + b_0)e^{-i\gamma_0 h}]} \times (H_y^+ - H_y^-). \quad (2)$$

Условия (1), (2) дают возможность проанализировать распространение H_{01} -волны в периодическом волноводе, составленном из колец прямоугольного поперечного сечения. При этом надо, конечно, рассматривать случаи, когда $k < \frac{1}{2}$ и радиус волновода a значительно больше длины волны λ_0 падающего на решетку поля.

2. Дисперсионное уравнение кольцевого волновода

Рассмотрим бесконечный идеально проводящий круглый волновод радиуса a , составленный из периодически расположенных колец (рис. 1, б). Мы будем искать симметричные волны магнитного типа, которые распространяются в такой системе в направлении оси z . Воспользуемся граничными условиями (1) и (2) на поверхности цилиндра радиуса a , считая радиус достаточно большим. При этом роль постоянной распространения вдоль волновода будет играть величина

$$h_0 = k \sin \alpha.$$

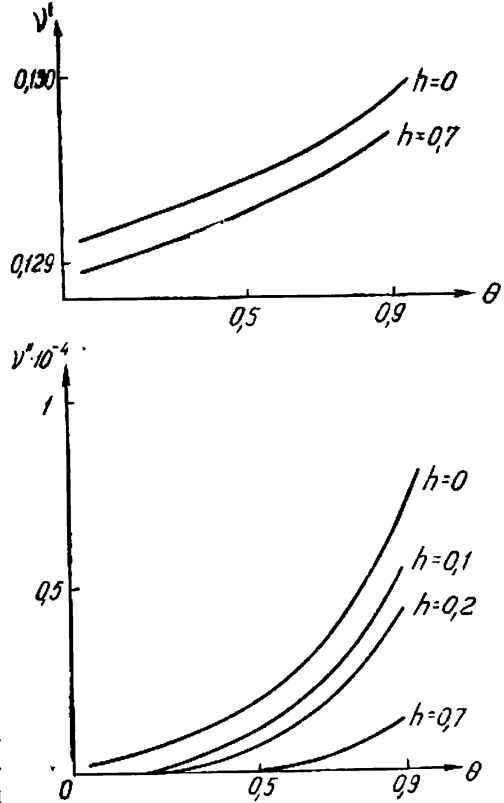


Рис. 2. Зависимость постоянной распространения и затухания H_{01} -волны от ширины щели при разных h и $k = 0,15$:

$$\Delta = \frac{1}{a} = 0,02.$$

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) для симметричных волн магнитного типа отличные от нуля компоненты поля H_z, H_r, E_φ записываются внутри волновода в виде

$$H_z^+ = D\gamma_0^2 I_0(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}; \quad H_r^+ = -i D \gamma_0 h_0 I_1(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}; \quad (3)$$

$$E_\varphi^+ = -i k \gamma_0 D I_1(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}$$

и вне волновода

$$H_z^- = C \gamma_0^2 H_0^{(1)}(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}; \quad H_r^- = -i k h_0 C H_1^{(1)}(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}; \quad (4)$$

$$E_\varphi^- = -i k \gamma_0 C H_1^{(1)}(\gamma_0 r) e^{i h_0 z}.$$

(Зависимость от времени взята в виде $e^{-i\omega t}$).

Подставляя выражения для составляющих полей (3), (4) в граничные условия (1), (2), записанные в цилиндрической системе координат, и исключив постоянные, получаем дисперсионное уравнение

$$I_1(\gamma_0 a) H_1^{(1)}(\gamma_0 a) + A I_0(\gamma_0 a) H_0^{(1)}(\gamma_0 a) - \frac{2B}{\pi \gamma_0 a} = 0, \quad (5)$$

где

$$A = \frac{1 + e^{-i h h_0} [2a_0 + e^{-i h h_0} (a_0^2 - b_0^2)]}{1 + e^{-i h h_0} [-2a_0 + e^{-i h h_0} (a_0^2 - b_0^2)]};$$

$$B = \frac{-1 + e^{-2i h h_0} (a_0^2 - b_0^2)}{1 + e^{-i h h_0} [-2a_0 + e^{-i h h_0} (a_0^2 - b_0^2)]}.$$

Определению из уравнения (5) подлежит величина $h_n = v' + v''$ (ищется наименьший по модулю корень уравнения).

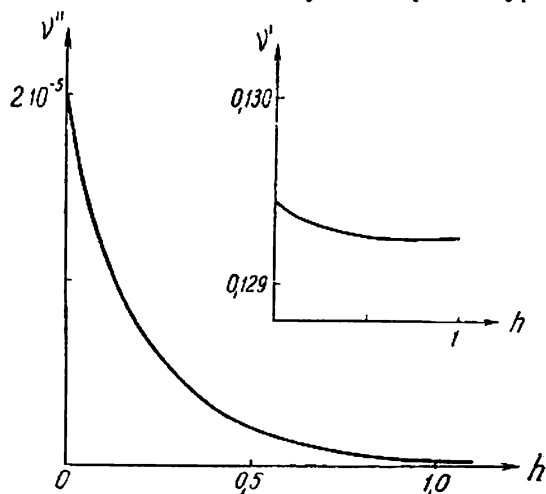


Рис. 3. Зависимость постоянной распространения и затухания H_{01} -волны от толщины колец при $\vartheta = 0,5$; $k = 0,15$; $\Delta = 0,02$.

Дисперсионное уравнение (5) решалось с помощью метода Ньютона на ЭВМ. Результаты графически изображены на рисунках 2—5. Отметим, что так как период взят равным 2π , то величины $\Delta = \frac{1}{a}$, h_0 , θ , h являются безразмерными.

Для сравнения пунктиром на некоторых рисунках нанесены кривые для $h = 0$, построенные по результатам работы [2]. Различие в $|h_n|$ не превышает 1%, в то время как v'' в нашем случае приблизительно в 2 раза больше. Для $k = 0,1$ v'' отличаются меньше, чем для $k = 0,3$. Это, видимо, связано

с тем, что a_0 и b_0 для меньших k вычисляются более точно.

Как видно из рисунков, основные свойства кольцевых волноводов сохраняются и для колец с толщиной. С ростом ширины щели затуха-

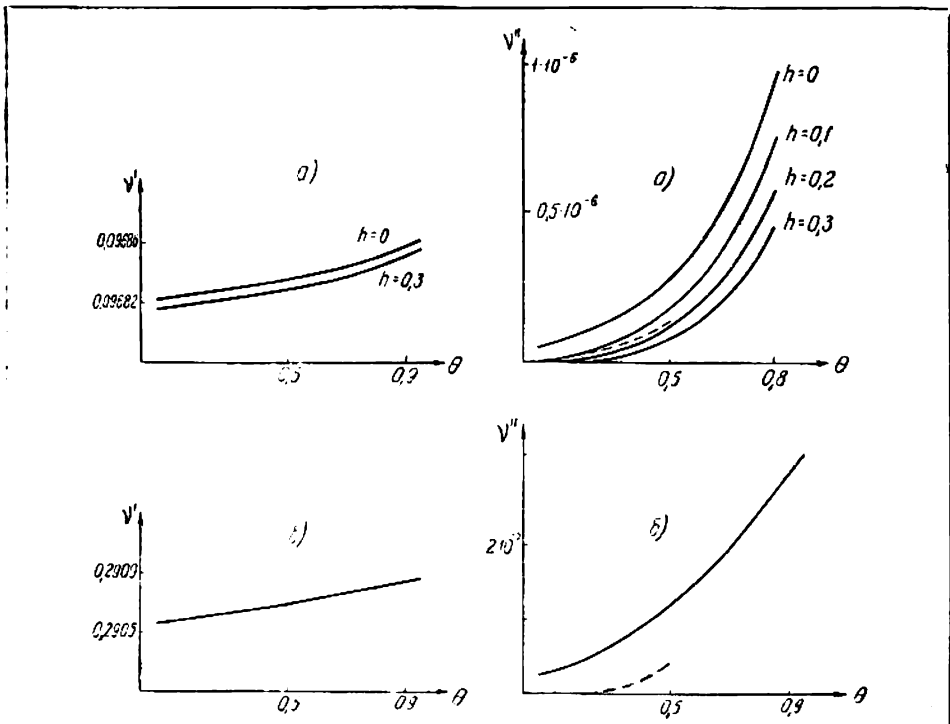


Рис. 4. Зависимость v' и v'' от ширины щели при разных h .
 $\Delta = 0,064 k$;
 а) $k=0,1$; б) $k=0,3$

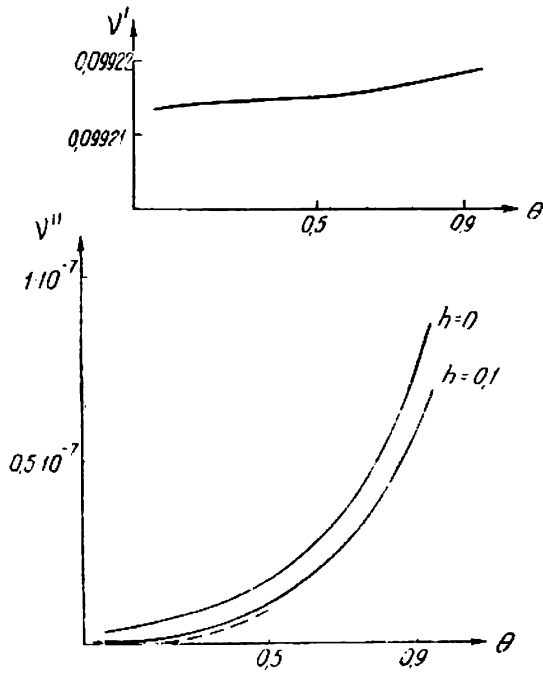


Рис. 5. Зависимость v' и v'' от θ при $h=0,1$; $\Delta = 0,032 k$,
 $k=0,1$.

ние возрастает, а с уменьшением постоянная распространения в кольцевом волноводе стремится к ее значению в соответствующем сплошном волноводе. Кроме того, затухание волн увеличивается с уменьшением диаметра волновода.

Наличие толщины колец сильно уменьшает затухание. Например, толщина колец, составляющая всего 5% от периода волновода, уменьшает затухание приблизительно в два раза. На ν' толщина почти не влияет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Смирнов. ЖТФ, XXVIII, вып. 7, 1494, 1958.
 2. З. С. Агранович, В. П. Шестопалов. ЖТФ, XXXIV, вып. 11, 1950, 1964.
 3. G. Piefke. Archiv der elektrischen Übertragung, 11, № 2, 1957.
 4. С. А. Масалов, И. Е. Тарапов. Радиотехника и электроника, IX, № 1, 53, 1964.
-