СОЧЛЕНЕНИЕ H- и ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДОВ

Н. В. Ляпунов, Б. Ф. Заяц

В целом ряде работ [1, 2, 3] описываются свойства H- и Π-волноводов, приводятся формулы для расчета критических частот, постоянной затухания, предельной мощности и характеристического сопротивления. Однако в известной нам литературе совершенно не затрагиваются вопросы расчета неоднородностей в H- и Π-волноводах. Между тем расчет параметров неоднородностей в таких волноводах имеет немаловажное значение не только для конструирования передающих трактов, но и в ряде смежных вопросов. В частности, в качестве вывода высокочастотных колебаний часто используется отрезок H-волновода, сочлененный с прямоугольным волноводом. Расчет неоднородности подобного вида в литературе отсутствует. В настоящей работе сделана попытка получить расчетные формулы для определения полной проводимости указанного сочленения.

1. Теоретическая часть

При расчете будем предполагать, что H-волновод в плоскости сочленения расположен симметрично (рис. 1), а также что сочленение находится в сечении $z = 0$ и заключено между двумя полубесконечными отрезками регулярных прямоугольного и H-образного волноводов. Предполагаем также, что энергия распространяется из H-волновода в прямоугольный.

Составляющую электрического поля по оси Y в H-волноводе для волны H_{10}, согласно [4], можно записать в виде

$$E_{y0}^{(i)} = \sum_{n=0}^{r} A_n \xi_0^{(i)} \cos[p_n^{(i)}(y-d_i)] \sin[s_{n0}^{(i)}(x-\alpha_i)] e^{-j\gamma_0 z} = A_0^{(+)} \omega_{e0}^{(i)}(x, y) e^{-j\gamma_0 z}, \tag{1}$$

здесь $\omega_{e0}^{(i)}(x, y)$ — функция координат;

γ_0 — постоянная распространения;

$$\varkappa_0^2 = (s_{n0}^{(i)})^2 + (p_n^{(i)})^2; \; p_n^{(i)} = \frac{n\pi}{h_i} = \frac{n\pi}{b_i - d_i}.$$

Принято без ущерба для общности, что амплитуда падающей на сочленение волны равна единице, т. е. $A_0^{(+)} = 1$. В плоскости сочленения ($z = 0$) установится некоторое распределение электрического поля $E^{(i)}(x, y)$. Вблизи от сочленения при $z < 0$ (в H-волноводе) поле может быть записано как

$$E_y^{(i)} = \omega_{e0}^{(i)}(x, y)[e^{-j\gamma_0 z} + Re^{j\gamma_0 z}] + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \omega_{ek}^{(i)}(x, y) e^{\gamma_k z}, \tag{2}$$

здесь $\frac{A_0^{(-)}}{A_0^{(+)}} = R$ — коэффициент отражения по напряжению;

$$\gamma_k = \sqrt{\varkappa_k^2 - k^2}; \quad \varkappa_k^2 = (s_{nk}^{(j)})^2 + p_n^{(j)})^2.$$

В прямоугольном волноводе, естественно, поле вблизи сочленения записывается в виде

$$E_y = TV_{10}(x, y)\, e^{-j\gamma_{10}z} + \sum_m \sum_n A_{mn} V_{mn}(x, y)\, e^{-\gamma_{mn}z}, \tag{3}$$

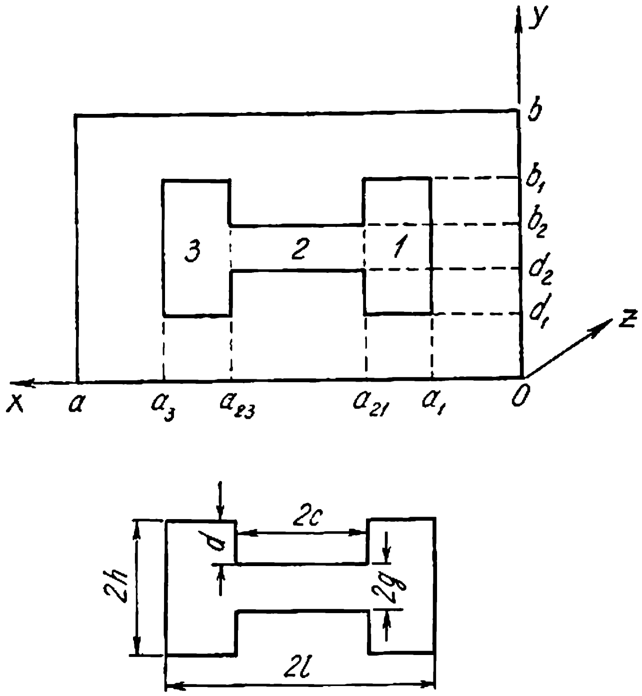

Рис. 1.

где T — коэффициент прохождения по напряжению;

$$\gamma_{mn} = \sqrt{\varkappa_{mn}^2 - k^2}; \quad \varkappa_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

В плоскости сочленения электрическое поле равно нулю на металлических поверхностях и равно некоторому полю $E^{(j)}(x, y)$ в отверстии.

Что касается магнитных составляющих полей, то они могут быть записаны при $z < 0$ как

$$H_x^{(j)} = \frac{j}{\omega\mu}\left\{-j\gamma_0 \omega_{e0}^{(i)}(x, y)\left[e^{-j\gamma_0 z} - Re^{j\gamma_0 z}\right] + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{\gamma_k}\left[(s_{n0}^{(i)})^2 + k^2\right] \omega_{ek}^{(i)}(x, y)\, e^{\gamma_k z}\right\}$$

и при $z > 0$ как (4)

$$H_x = \frac{j}{\omega\mu}\left\{-j\gamma_{10} TV_{10}(x, y)\, e^{-j\gamma_{10}z} - \sum_m \sum_n \frac{A_{mn}}{\gamma_{mn}} (\varkappa_x^2 - k^2)\, V_{mn}(x, y)\, e^{-\gamma_{mn}z}\right\}. \tag{5}$$

Из (2) и (3) можно получить выражения для A_k и A_{mn}:

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x, y)\, \omega_{ek}^{(i)}(x, y)\, dS_i}{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} [\omega_{ek}^{(i)}(x, y)]^2\, dS_i}; \tag{6}$$

$$A_{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x, y)\, V_{mn}(x, y)\, dS_i}{\int_{S_\text{п}} [V_{mn}(x, y)]^2\, dS}. \tag{7}$$

Если теперь записать уравнение непрерывности магнитных составляющих полей на отверстии и вместо A_k и A_{mn} подставить выражения (6) и (7), то получим интегральное уравнение для электрического поля $E^{(i)}(x,y)$ в плоскости сочленения и для коэффициента отражения R:

$$(1-R)\,\gamma_0 \omega_{e0}^{(i)}(x, y) + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 + (s_{nk}^{(i)})^2}{\gamma_k}\, \omega_{ek}^{(i)}(x, y) \cdot \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x,y)\, \omega_{ek}^{(i)}(x, y)\, dS_i}{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} \left[\omega_{ek}^{(i)}(x, y)\right]^2 dS_i} =$$

$$= \gamma_{10} V_{10}(x, y) \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x, y)\, V_{10}(x, y)\, dS_i}{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} \left[V_{10}(x, y)\right]^2 dS} -$$

$$- j \sum_{m} \sum_{n} \frac{\varkappa_x^2 - k^2}{\gamma_{mn}}\, V_{mn}(x, y) \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x, y)\, V_{mn}(x, y)\, dS_i}{\int_{S_\text{п}} \left[V_{mn}(x, y)\right]^2 dS}. \tag{8}$$

Это уравнение, в принципе, можно было бы решать непосредственно, однако такое решение весьма затруднительно. Поэтому можно использовать следующий прием. Умножим левую и правую часть (8) на $E^{(i)}(x, y)$ и проинтегрируем по площади сочленения, полученное выражение умножим на

$$1 + R = \frac{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} E^{(i)}(x, y)\, \omega_{e0}^{(i)}(x, y)\, dS_i}{\sum_{i=1}^{3} \int_{S_i} \left[\omega_{e0}^{(i)}(x, y)\right]^2 dS_i}. \tag{9}$$

Теперь, если учесть, что

$$\frac{1-R}{1+R} = \tilde{G} + j\tilde{B},$$

то мы получим выражение

$$\tilde{G}+j\tilde{B}=\frac{\gamma_{10}}{\gamma_0}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}\left[\omega_{e0}^{(i)}(x,y)\right]^2 dS_i}{\int\limits_{S_\text{п}}\left[V_{10}(x,y)\right]^2 dS}\cdot\frac{\left[\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}E^{(i)}(x,y)V_{10}(x,y)\,dS_i\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}E^{(i)}(x,y)\,\omega_{e0}^{(i)}(x,y)\,dS_i\right]^2}-$$
$$-j\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2-(s_{nk}^{(i)})^2}{\gamma_0\gamma_k}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}\left[\omega_{e0}^{(i)}(x,y)\right]^2 dS_i}{\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}\left[\omega_{ek}^{(i)}(x,y)\right]^2 dS_i}\cdot\frac{\left[\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}E^{(i)}(x,y)\,\omega_{ek}^{(i)}(x,y)\,dS_i\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{3}\int\limits_{S_i}E^{(i)}(x,y)\,\omega_{e0}^{(i)}(x,y)\,dS_i\right]^2}. \quad (10)$$

Используя идею Швингера [5], можно показать, что (10) стационарно относительно малых вариаций поля $E^{(i)}(x, y)$. Стационарность (10) позволяет нам, не решая интегрального уравнения (8), задать поле $E^{(i)}(x, y)$, исходя из физических представлений о характере распределения поля в отверстии сочленения волноводов.

Вообще говоря, поле $E^{(i)}(x, y)$ следовало бы задать в виде

$$E^{(i)}(x,y)=\sum_{k=0}^{\infty}C_k\omega_{ek}^{(i)}(x,y). \quad (11)$$

Однако, как показали работы ряда авторов [5, 6, 7], даже в том случае, когда в выражении для поля (11) оставлен лишь один член, получается хорошее совпадение теории и эксперимента.

Зададим поэтому поле в отверстии сочленения в виде

$$E^{(i)}(x,y)=C_0\omega_{e0}^{(i)}(x,y).$$

Если в выражениях $\omega_{ek}^{(i)}(x, y)$ оставить лишь «нулевые» пространственные гармоники и выполнить интегрирование в (10), для активной и реактивной составляющих полной нормированной проводимости получаются выражения:

$$\tilde{B}=\frac{1}{\gamma_0}\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_k\frac{(2U_0U_kM_k+N_k)^2}{(2U_0^2K_0+L_0)(2U_k^2K_k+L_k)}-\right.$$
$$\left.-\sum_m\sum_n\frac{\varkappa_x^2-k^2}{\gamma_{mn}}\cdot\frac{4(2U_0P_{mn}+Q_{mn})^2}{ab(2U_0^2K_0+L_0)}\right\}, \quad (12)$$

где введены следующие обозначения:

$$U_k=\frac{g}{h}\cdot\frac{\sin[\varkappa_k(a_{21}-\alpha_k)]}{\sin\varkappa_k a_{21}};$$

$$\alpha_k=a_1+l-\frac{\pi}{2\varkappa_k}(2k-1);$$

$$K_k=h\left(d-\frac{\sin 2\varkappa_k d}{2\varkappa_k}\right);$$

$$L_k=g\left\{\frac{c}{2}-\frac{\sin 2\varkappa_k c\cos[\pi(2k-1)]}{2\varkappa_k}\right\};$$

$$M_k = h\left\{\frac{\sin[f(\varkappa_0-\varkappa_k)]}{\varkappa_0-\varkappa_k}-\frac{\sin[f(\varkappa_0+\varkappa_k)]}{\varkappa_0+\varkappa_k}\right\};$$

$$N_k = 2g\left\{\frac{\sin[c(\varkappa_0-\varkappa_k)]\cos[\pi(k-1)]}{\varkappa_0-\varkappa_k}-\frac{\sin[c(\varkappa_0+\varkappa_k)]\cos\pi k}{\varkappa_0+\varkappa_k}\right\};$$

$$P_{mn} = \frac{2b}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}\sin\frac{n\pi h}{2}\left\{\frac{\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0-\frac{m\pi}{a}\right)\right]\cos\left[\frac{\varkappa_0 d}{2}-\frac{m\pi}{2a}(a_1+a_{21})\right]}{\varkappa_0-\frac{m\pi}{a}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0+\frac{m\pi}{a}\right)\right]\cos\left[\frac{\varkappa_0 d}{2}+\frac{m\pi}{2a}(a_1+a_{21})\right]}{\varkappa_0+\frac{m\pi}{a}}\right\};$$

$$Q_{mn} = \frac{2b}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2}\sin\frac{n\pi g}{2}\left\{\frac{\sin\left[c\left(\varkappa_0-\frac{m\pi}{a}\right)\right]\cos\left[\frac{\pi(m+1)}{2}\right]}{\varkappa_0-\frac{m\pi}{a}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\sin\left[c\left(\varkappa_0+\frac{m\pi}{a}\right)\right]\cos\left[\frac{\pi(m+1)}{2}\right]}{\varkappa_0+\frac{m\pi}{a}}\right\},$$

и

$$\tilde{G} = \frac{\gamma_{10}}{\gamma_0}\cdot\frac{2(2U_0E+F)^2}{ab\,(2U_0^2K_0+L_0)},$$

где

$$E = 2h\left\{\frac{\cos\left[\frac{\varkappa_0 d-\frac{\pi}{a}(a_1+a_{21})}{2}\right]\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0+\frac{\pi}{a}\right)\right]}{\varkappa_0-\frac{\pi}{a}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\cos\left[\frac{\varkappa_0 d+\frac{\pi}{a}(a_1+a_{21})}{2}\right]\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0+\frac{\pi}{a}\right)\right]}{\varkappa_0+\frac{\pi}{a}}\right\}$$

и

$$F = 2g\left\{\frac{\cos\left[\frac{\varkappa_0(d-2l)+\pi\left(1-\frac{a_1+a_{21}}{a}\right)}{2}\right]\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0-\frac{\pi}{a}\right)\right]}{\varkappa_0-\frac{\pi}{a}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\cos\left[\frac{\varkappa_0(d-2l)+\pi\left(1+\frac{a_1+a_{21}}{a}\right)}{2}\right]\sin\left[\frac{d}{2}\left(\varkappa_0+\frac{\pi}{a}\right)\right]}{\varkappa_0+\frac{\pi}{a}}\right\}.$$

По выражению (12) для сочленения прямоугольного волновода с размерами $a = 72$ *мм*, $b = 34$ *мм* и H-волновода с размерами $2l = 35$ *мм*, $2h = 20$ *мм*, $2c = 17$ *мм*, $2g = 2$ *мм* были рассчитаны значения $\tilde{B}$ и $\tilde{G}$ в зависимости от λ_0. Результаты расчета приведены в табл. 1 и на рис. 2.

Таблица 1

λ_0, *см*	5,0	7,0	8,0	9,0	10,0	13,0
$\tilde{G}$	0,098	0,085	0,083	0,081	0,078	0,064
$\tilde{B}$	1,60	0,72	0,24	−0,28	−0,84	−3,04

2. Экспериментальная часть

Для проверки результатов теоретического расчета была собрана установка, блок-схема которой приведена на рис. 3. Здесь *1* — генератор, *2*—фиксированный аттенюатор, *3*—измерительная линия на *H*-волноводе, *4* — измерительный усилитель, *5* — исследуемое сочленение, *6* — согласованная нагрузка. Обработанные результаты измерений приведены в табл. 2. На рис. 2 пунктиром обозначена экспериментально снятая зависимость реактивной составляющей проводимости $\tilde{B}$ от длины волны λ_0.

Как видно из табл. 2 и рис. 2, экспериментальная кривая имеет тот же характер, что и теоретическая, но по сравнению с последней сдвинута в сторону более длинных волн. Сочленение, как и следовало ожидать, имеет на определенной длине волны резонанс. Расхождение значений $\lambda_{рез.\,теор}$ и $\lambda_{рез.\,эксп}$ составляет около 10 %.

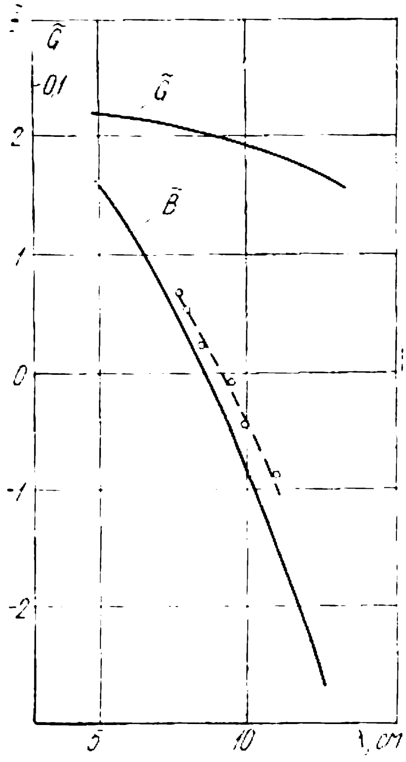

Рис. 2.

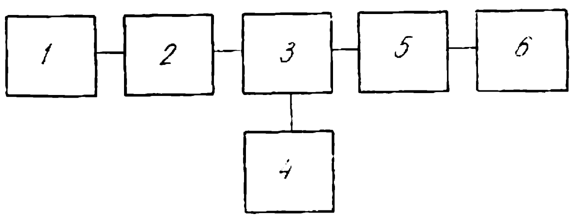

Рис. 3.

Таблица 2

λ_0, *см*	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	11,0
$\tilde{B}$	0,50	0,22	0,03	−0,12	−0,48	−0,90

На основании проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Получены теоретические выражения для определения активной и реактивной составляющих полной нормированной проводимости сочленения прямоугольного и *H*-волновода.

2. Теоретические и экспериментальные кривые зависимости реактивной составляющей полной проводимости, хорошо совпадают и имеют одинаковый характер поведения.

3. Численные значения реактивной составляющей полной проводимости сочленения, полученные экспериментально, достаточно хорошо совпадают с теоретическими.

4. Данные, полученные в работе, могут быть использованы при конструировании выводов энергии генераторов СВЧ колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Дерюгин. Расчет критической частоты *Н*-и *П*-волноводов. «Радиотехника», 1948, т. 3, №6.
2. В. М. Седых, А. Ф. Зоркин, В. М. Дмитриев, Н. В. Ляпунов, Л. П. Яцук. Параметры *Н*-волноводов в диапазоне миллиметровых и сантиметровых волн. ЖТФ, т. XXXI, №6, 1961.
3. S. B. Cohn. PIRE, v. 35, №8, 1947.
4. А. Ф. Зоркин. Поля в прямых *Н*- и крестообразных волноводах. «Уч. зап. Харьковск. ун-та», т. CXXI. Тр. радиофизич. ф-та, 1962, №6.
5. Л. Левин. Современная теория волноводов, М., ИЛ, 1954.
6. E. D Farmer. Proc. IEE, v. 103c, 1956.
7. В. С Ильин. Изв. вузов СССР. «Радиофизика», 1958, №3.