

ИНДУКТИВНЫЙ ШТЫРЬ В *H*- И *П*-ВОЛНОВОДЕ

Н. В. Ляпунов, Ю. М. Бородавко, А. Е. Зайцев, А. Г. Шейн

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появились сообщения о разработке отдельных деталей и узлов на *П*-волноводах [1, 2]. Использование *П*-волноводов в радиотехнической аппаратуре ставит вопрос о теоретическом расчете как параметров самих волноводов (критических частот, постоянной затухания, волнового сопротивления и предельной мощности), так и параметров различного вида неоднородностей.

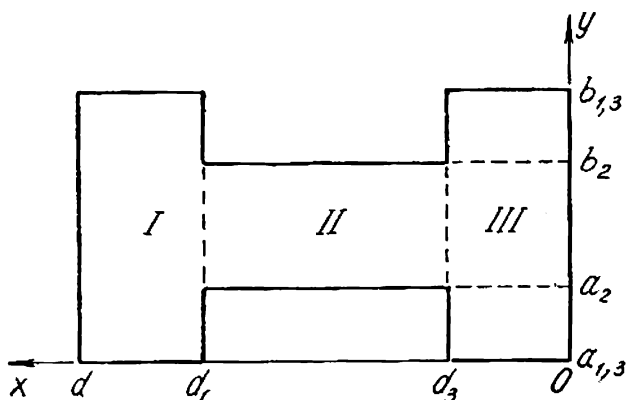


Рис. 1.

В ряде работ советских и зарубежных авторов [3, 4, 5, 6] приводятся теоретические формулы для расчета основных параметров *H*- и *П*-волноводов. Что касается теории неоднородностей в *H*- и *П*-волноводах, то в литературе она совершенно не освещена.

В данной статье сделана попытка рассмотреть один из видов неоднородностей — тонкий индуктивный штырь конечной проводимости в *H*- и *П*-волноводе.

1. Тонкий индуктивный штырь в *H*- и *П*-волноводе

Исследование неоднородности штыревого типа удобно производить, оперируя электрическим вектором Герца — $\bar{\Pi}_e$. Составляющие полей в волноводе при помощи $\bar{\Pi}_e$ определяются, как известно, по формулам

$$\bar{E} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} (\nabla\nabla \cdot \bar{\Pi}_e + k^2\bar{\Pi}_e); \quad H = j\omega [\nabla\bar{\Pi}_e]. \quad (1)$$

В работе [7] показано, что для частичных областей H -волновода (рис. 1) вектор Герца, направленный вдоль оси Y , может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \Pi_{ek}^{(j)} &= \sum_{n=0}^r A_k \xi_{ek}^{(j)} \cos [s_n^{(j)}(y - a_j)] \sin [p_{nk}^{(j)}(x - a_j)] e^{i\omega t - \gamma k z} = \\ &= A_k \omega_{ek}^{(j)}(x, y) e^{i\omega t - \gamma k z}, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь A_k — амплитудный коэффициент,

$\omega_{ek}^{(j)}(x, y)$ — функция, зависящая от номера области и типа волны.

Пусть штырь имеет радиус r ($r \ll \lambda_0$) и расположен на расстоянии l' ($l' \gg r$) от боковой стенки волновода (рис. 2).

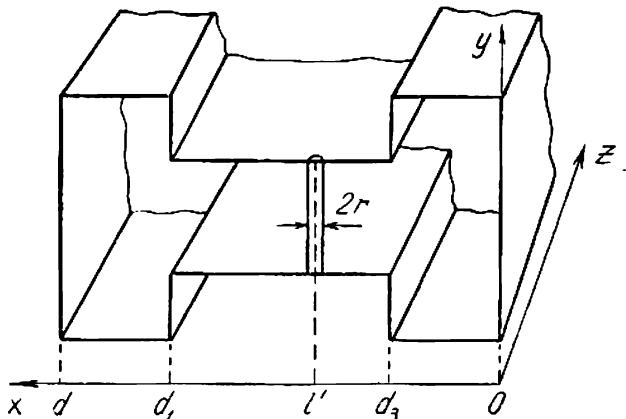


Рис. 2.

В положительном направлении z распространяется волна основного типа — TE_{10} . Поперечную составляющую электрического поля мы можем записать в виде

$$E_y = \omega_{e0}^{(j)}(x, y) e^{-\gamma z}, \quad (3)$$

при этом мы положили амплитуду падающей волны равной единице. Множитель $e^{i\omega t}$ мы везде будем опускать.

Падение волны на металлический проводник в волноводе вызывает в проводнике появление наведенных токов. Последние возбуждают в волноводе вторичное электромагнитное поле. Учитывая, что штырь имеет круглое сечение и достаточно малый радиус, мы можем ввести некоторый фиктивный ток I , протекающий по оси штыря. Тогда, с учетом проводимости материала штыря, граничное условие на его поверхности может быть записано так:

$$E = \frac{I}{2\pi r} \sqrt{\frac{\omega \mu \mu_0}{\sigma}}. \quad (4)$$

Линейный ток I , очевидно, является функцией положения штыря в волноводе и направлен вдоль оси штыря. Поэтому запишем его как

$$I = I_0(x, y) \delta(z) \delta(x - l') \hat{y}_0, \quad (5)$$

здесь $\delta(z)$ и $\delta(x - l')$ — дельта-функции.

Вектор Герца, описывающий поля, возбужденные линейным током I , удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_e + k^2 \bar{\Pi}_e = j \frac{I}{\omega}. \quad (6)$$

Из (6) непосредственно следует, что вектор Герца $-\bar{\Pi}_e$ имеет лишь составляющую, направленную вдоль оси « Y » — $\bar{\Pi}_{ey}$. Решение (6) ищем в виде:

$$\Pi_{ey}^{(j)} = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \omega_{ek}^{(j)}(x, y) e^{\pm \gamma_k z}, \quad (7)$$

здесь k — номер типа колебания;

$$\gamma_k = \sqrt{x_k^2 - k^2}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

$$x_k^2 = s_n^{(j)2} + \rho_{nk}^{(j)2}, \quad s_n^{(j)} = \frac{n\pi}{a_j - b_j}; \quad n = 0; 1; 2; \dots$$

Подставим (7) в (6), учитывая, что

$$\frac{\partial^2 \omega_{ek}^{(j)}(x, y)}{\partial x^2} = -[\rho_{nk}^{(j)}]^2, \quad \frac{\partial^2 \omega_{ek}^{(j)}(x, y)}{\partial y^2} = -[s_n^{(j)}]^2.$$

Получим:

$$\sum_{k=0}^{\infty} A_k \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_k^2 \right) \omega_{ek}^{(j)}(x, y) e^{\pm \gamma_k z} = j \frac{I_0}{\omega} \delta(z) \delta(x - l'). \quad (8)$$

Как показано в [9], коэффициенты A_k могут быть найдены, если учесть ортогональность собственных функций волновода. Учитывая, что

$$\sum_{j=1}^3 \int_{S_j} \omega_{ek}^{(j)}(x, y) \omega_{ek'}^{(j)}(x, y) dS_j = \begin{cases} \delta_k & k = k' \\ 0 & k \neq k' \end{cases}$$

можно записать

$$A_k = \frac{-j}{2\omega \gamma_k \delta_k} \sum_{j=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(j)}(x, y) \delta(x - l') \omega_{ek}^{(j)}(x, y) dS_j. \quad (9)$$

Согласно (1), для E_y имеем выражение

$$E_y^{(j)} = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \left(\frac{\partial^2 \Pi_{ey}^{(j)}}{\partial y^2} + k^2 \Pi_{ey}^{(j)} \right). \quad (10)$$

С учетом (9) выражение (10) имеет вид:

$$E_y^{(j)} = - \sum_{k=0}^{\infty} [k^2 - (s_n^{(j)})^2] \frac{j}{2\omega \varepsilon_0 \gamma_k \delta_k} \left[\sum_{j=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(j)}(x, y) \delta(x - l') \omega_{ek}^{(j)}(x, y) dS_j \right] \times$$

$$\times \omega_{ek}^{(j)}(x, y) e^{-\gamma_k |z|}. \quad (11)$$

Тогда поле основной возбужденной волны записывается как

$$E_y^{(j)} = -[k^2 - (s_n^{(j)})^2] \frac{1}{2\omega\epsilon_0\gamma_0\delta_0} \left[\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \delta(x-l') \omega_{e0}^{(j)}(x, y) dS_i \right] \times \\ \times \omega_{e0}^{(j)}(x, y) e^{-\gamma_0|z|}. \quad (12)$$

Вводя коэффициент отражения по напряжению R , получаем для него выражение

$$R = -[k^2 - (s_n^{(j)})^2] \frac{1}{2\omega\epsilon_0\gamma_0\delta_0} \left[\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \delta(x-l') \omega_{e0}^{(j)}(x, y) dS_i \right]. \quad (13)$$

Вычтем (13) из (11) и применим граничное условие (4) на поверхности штыря. Получим интегральное уравнение для определения неизвестной функции $I_0^{(j)}(x, y)$:

$$(1+R) \omega_{e0}^{(j)}(l'+r, y) = \frac{I_0^{(j)}(x, y)}{2\pi r} \sqrt{\frac{\omega_{\mu\mu_0}}{\sigma}} + \sum_{k=1}^{\infty} j [k^2 - (s_n^{(j)})^2] \times \\ \times \frac{\omega_{ek}^{(j)}(l'+r, y)}{2\omega\epsilon_0\gamma_k\delta_k} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \delta(x-l') \omega_{ek}^{(j)}(x, y) dS_i \right). \quad (14)$$

Уравнение (14) можно было бы решать непосредственно, однако, такое решение довольно громоздко. Поэтому мы воспользуемся методом, предложенным Ю. Швингером для решения подобного рода задач. Сущность этого метода изложена в [8].

Умножим (14) на $I_0^{(j)}(x, y) \delta(x-l')$ и проинтегрируем по площади поперечного сечения волновода, затем разделим получившийся результат на (13). В итоге получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{[k^2 - (s_n^{(j)})^2]}{2\gamma_k\delta_k} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \omega_{ek}^{(j)}(x, y) \delta(x-l') dS_i \right) \times \\ \times \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \omega_{ek}^{(j)}(l'+r, y) \delta(x-l') dS_i \right) + \\ + \frac{\omega\epsilon_0}{2\pi r j} \sqrt{\frac{\omega_{\mu\mu_0}}{\sigma}} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^2(x, y) \delta(x-l') dS_i \right) \\ \frac{1+R}{2R} = \frac{\frac{\omega\epsilon_0}{2\pi r j} \sqrt{\frac{\omega_{\mu\mu_0}}{\sigma}} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^2(x, y) \delta(x-l') dS_i \right) +}{\frac{k^2 - (s_n^{(j)})^2}{\gamma_0\delta_0} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \omega_{e0}^{(j)}(x, y) \delta(x-l') dS_i \right) \times} \quad (15) \\ \times \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(x, y) \omega_{e0}^{(j)}(l'+r, y) dS_i \right)$$

Это выражение можно значительно упростить, если воспользоваться свойствами δ -функции. В результате упрощения будем иметь:

$$\frac{1+R}{2R} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{[k^2 - (s_n^{(i)})^2]}{2\gamma_k \delta_k} \left(\sum_{j=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(l', y) \omega_{ek}^{(i)}(l', y) dS_j \right) \times \left(\sum_{j=1}^3 \int_{S_j} I_0^{(i)}(l', y) \omega_{ek}^{(i)}(l' + r, y) dS_j \right) + \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{2\pi r l} \sqrt{\frac{\omega \mu \mu_0}{\sigma}} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_i} I_0^2(l', y) dS_i \right)}{\frac{k^2 - (s_n^{(i)})^2}{\gamma_0 \delta_0} \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_i} I_0^{(i)}(l', y) \omega_{e0}^{(i)}(l', y) dS_i \right) \times \left(\sum_{i=1}^3 \int_{S_i} I_0^{(i)}(l', y) \omega_{e0}^{(i)}(l' + r, y) dS_i \right)} \quad (16)$$

Заметим, что коэффициент отражения для шунтирующего передающую линию приведенного сопротивления \bar{Z} равен

$$R = -\frac{1}{1 + 2\bar{Z}}.$$

Очевидно, что правая часть (16) как раз равна шунтирующему сопротивлению штыря.

Достоинством метода Швингера является то, что нам не нужно искать точное значение функции $I_0^{(i)}(x, y)$, а достаточно задать ее приближенный вид. При этом изменение \bar{Z} будет незначительным. Докажем это.

Предположим, что $l \gg r$. Заменяем

$$\left\{ \int I_0^{(i)}(l', y) \omega_{ek}^{(i)}(l', y) dy \right\}^2 \text{ на } \iint I(l', y) I(l', \xi) \omega_{ek}(l', y) \omega_{ek}(l', \xi) dy d\xi.$$

Теперь запишем (14) в виде

$$F(l', y) K = I(y) + \int G(\xi, y) I(\xi) d\xi, \quad (17)$$

а (16) в виде

$$\bar{Z} = \frac{\int I^2(y) dy + \iint G(\xi, y) I(\xi) I(y) d\xi dy}{\left\{ \int I(y) F(l', y) dy \right\}^2}. \quad (18)$$

Если функция $I(y)$ получает малое приращение $\delta I(y)$, то, как легко показать, $\delta Z = 0$. Это означает, что \bar{Z} стационарно относительно малых вариаций $I_0^{(i)}(x, y)$. Тем самым мы обосновали возможность выбора вида функции $I_0^{(i)}(x, y)$, соответствующего физическим представлениям о распределении тока на штыре. Нам представляется наиболее естественным выбор функции $I_0^{(i)}(x, y)$ в виде

$$I_0^{(i)}(x, y) = I_0 \omega_{e0}^{(i)}(x, y). \quad (19)$$

Тогда в первом приближении $I_n^{(i)}(x, y) = I_0$. В этом случае сопротивление штыря можно вычислить по формуле

$$\frac{1+R}{2R} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 - (s_n^{(i)})^2}{2\gamma_k \delta_k} \left(\int_{a_j}^{b_j} \omega_{ek}^{(i)}(l', y) dy \right)^2 + \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{2\pi r l} \sqrt{\frac{\omega \mu \mu_0}{\sigma}} (b_j - a_j)}{\frac{k^2 - (s_n^{(i)})^2}{\gamma_0 \delta_0} \left(\int_{a_j}^{b_j} \omega_{e0}^{(i)}(l', y) dy \right)^2}. \quad (20)$$

Формула (20) позволяет определить \tilde{Z} с любой степенью точности, но громоздка. Проводить расчеты по этой формуле довольно трудно, так как в выражении для $\omega_{ek}^{(i)}(x, y)$ имеются ряды по пространственным гармоникам.

Расчеты, проведенные при вычислении затухания [6] и других параметров H -волновода, показали хорошее совпадение теоретических результатов, полученных при учете нулевой пространственной гармоники, с экспериментальными данными.

При наших расчетах мы также будем учитывать только нулевую пространственную гармонику.

В этом случае между амплитудами вектора Герца в частичных областях H -волновода имеется следующая связь:

$$A_k^{(1)} = \varepsilon_k A_k^{(2)} = A_k^{(2)} \frac{b_2 - a_2}{b_j - a_j} \cdot \frac{\sin [x_k (d_l - z)]}{\sin [x_k (d_j - a_j)]};$$

$$\alpha = \frac{2l}{2} - \frac{\pi(k+1)}{x_k}; \quad \alpha_1 = 2l; \quad \alpha_3 = 0.$$

Тогда формула (20) имеет вид

$$\tilde{Z} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\varepsilon_k^{(i)})^2}{2\gamma_k \delta_k} \sin^2 [x_k (l' - a_j)] + \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{j2\pi k^2 r} (b_j - a_j) \sqrt{\frac{\omega \mu \mu_0}{\sigma}}}{\frac{(\varepsilon_0^{(i)})^2}{\gamma_0 \delta_0} \sin^2 [x_0 (l' - a_j)]}. \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) в пределе переходят в формулы для проводимости штыря в прямоугольном волноводе, полученные Л. Левиным. В самом деле, пусть H -волновод стремится к прямоугольному так, что $a \rightarrow l$, $g \rightarrow h$. Тогда для всех типов волн $\varepsilon_k^{(i)} \rightarrow 1$. Для нечетных волн собственные числа

$$x_k \rightarrow \frac{m\pi}{2l} = \frac{m\pi}{a_{\text{прямоуг}}}; \quad m = 1; 3; 5; \dots$$

для четных волн —

$$x_k \rightarrow \frac{2m\pi}{2l} = \frac{2m\pi}{a_{\text{прямоуг}}}. \quad m = 1; 2; 3; \dots$$

При этом выражения (20) и (21) переходят в формулу Левина.

2. Экспериментальная проверка

С целью проверки основных результатов расчета было произведено экспериментальное определение величины проводимости штыря в *P*-волноводе.

Теоретическое значение \tilde{B} определялось по формуле (21), при этом учитывались лишь четыре первые типа колебаний. Расчет проводился для медного штыря диаметром $d = 0,4$ мм.

Полученные значения \tilde{B} приведены в табл. 1 и на рис. 3.

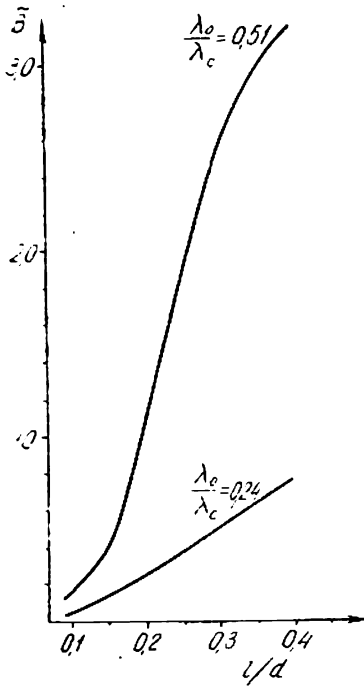


Рис. 3.

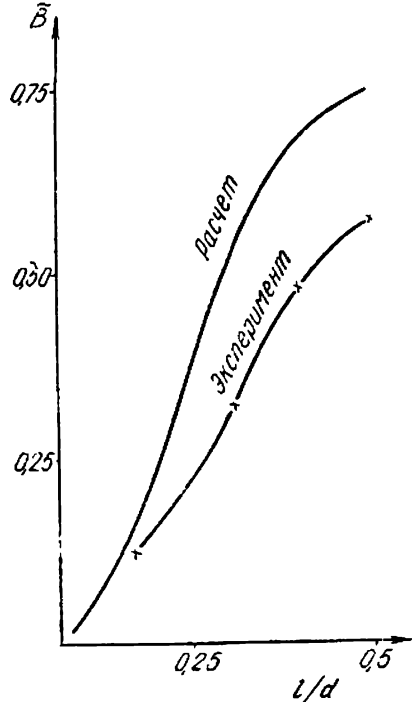


Рис. 4.

Таблица 1

$$\tilde{B} = \tilde{B} \left(\lambda, \frac{l'}{2l} \right)$$

λ_0/λ_c \ $l'/2l$	0,086	0,170	0,230	0,310	0,400	0,500
0,21	0,019	0,161	0,344	0,535	0,747	0,751
0,51	0,106	0,615	1,555	2,450	3,220	—

Исследуемый *H*-волновод имел размеры: $2l = 35,0$ мм; $2h = 20,0$ мм, $2z = 2,0$ мм, $2a = 21,0$ мм. Измерения осуществлялись на установке, блок-схема которой дана на рис. 5. Каждое измерение производилось 10—12 раз. Полученные результаты приведены в табл. 2 и на рис. 4.



Рис. 5.

Таблица 2

$$\bar{V} = \bar{V} \left(\frac{l'}{2l} \right)$$

$\frac{l'}{2l}$	0,086	0,170	0,230	0,310	0,400	0,500
$\frac{\lambda_0}{\lambda_c}$	—	0,125	0,200	0,340	0,480	0,570

Расхождение теоретических и экспериментальных результатов можно объяснить, во-первых, малой точностью расчетов (как указывалось, мы учли лишь четыре первые волны), связанной с тем, что расчеты проводились вручную, и, во-вторых, значительными ошибками за счет дополнительных отражений от недостаточно точно изготовленных фланцев волноводов (КСВН в тракте без штыря был порядка 1,10—1,15). Тем не менее из рис. 4 видно хорошее качественное соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

ВЫВОДЫ

1. Для расчета проводимости неоднородностей штыревого типа в *H*- и *P*-волноводах может быть применен вариационный метод.
2. Формулы, полученные для проводимости штыря в *H*- и *P*-волноводе, при стремлении последних к прямоугольным переходят в пределе в формулы Левина.
3. Экспериментальная проверка показала хорошее качественное совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. J. Getsinger. «Ridge Waveguide Field Description and Application to Directional Couplers», IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, MTT-10, № 1, January 1962.

2. W. Shelton. «Ridge Waveguide Receiver and Components», Microwave J. v. 5, № 4, 1962.
 3. S. B. Cohn. «Properties of Ridge Waveguide», PIRE, v. 35, N 8, 1947.
 4. Л. Н. Дерюгин. Расчет критической частоты P - и H -волноводов. «Радиотехника», 1948, т. 3, № 6.
 5. Н. Н. Малов. Критические волны волноводов сложных сечений. «Уч. зап. МГПИ им. В. И. Ленина», 1954, т. 88, № 67.
 6. В. М. Седых, А. Ф. Зоркин, В. М. Дмитриев, Н. В. Ляпунов, Л. П. Яцук. Параметры H -волноводов в диапазоне миллиметровых и сантиметровых волн. ЖТФ, 1961, т. XXXI, № 6.
 7. А. Ф. Зоркин. Поля в прямых H - и крестообразных волноводах. «Уч. зап. Харьковск. ун-та», т. XXI. Тр. радиофизич. ф-та, 1962, № 6.
 8. Л. Левин. Современная теория волноводов, М., ИЛ, 1954.
 9. Н. В. Ляпунов, Ю. М. Бородавко, А. Е. Зайцев. Индуктивные диафрагмы в H - и P -волноводах. «Радиотехника и электроника», 1964, т. IX, № 7.
-