# ПАРАМЕТРЫ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ НА *H*- И КРЕСТООБРАЗНЫХ ВОЛНОВОДАХ, ИЗОГНУТЫХ В ПЛОСКОСТИ *E*

*А. Ф. Зоркин, А. И. Терещенко*

За последнее время в печати появилось несколько работ [1—5], посвященных равномерно-изогнутым в плоскости $E$ волноводам сложной формы поперечного сечения и кольцевым резонаторам на них.

В настоящей работе дается вывод формул для расчета собственной добротности $Q_0$ и отношения $\frac{R_0}{Q_0}$[1] ($R_0$ — активное сопротивление резонатора при резонансе) для кольцевых резонаторов на волноводах сложной формы поперечного сечения. Кроме того, описывается методика экспериментального определения величин $Q_0$, $\frac{R_0}{Q_0}$, а также собственной частоты $f_0$ резонатора на основном виде колебания.

## Формулы для расчета $Q_0$ и $\frac{R_0}{Q_0}$

Рассмотрим резонаторы на изогнутых в плоскости $E$ волноводах $H$-образного (рис. 1, *а*) и крестообразного (рис. 1, *б*) поперечного сечения, симметричные относительно плоскости $z = a + b$.

Как известно [6, 7], собственная добротность $Q_0$ и отношение $\frac{R_0}{Q_0}$ определяются по формулам

$$Q_0 = \int\limits_V (\mu|\vec{H}|^2 + \varepsilon|\vec{E}|^2)\,dV \Big/ \frac{1}{\delta\mu_{ст}} \oint\limits_S |\vec{H}_t|^2\,dS; \tag{1}$$

$$\frac{R_0}{Q_0} = \frac{2\left(\int\limits_a^б \vec{E}_m d\vec{l}\right)^2}{\omega_0 \int\limits_V (\mu|\vec{H}|^2 + \varepsilon|\vec{E}|^2)\,dV}, \tag{2}$$

где $\vec{E}_m$ — амплитуда напряженности электрического поля на пути интегрирования между точками $a$ и $б$;

$\delta$ — толщина скин-слоя на частоте $f_0$;

$\mu_{ст}$ — магнитная проницаемость материала стенок резонатора.

---

[1] Как показано в работе [6], формулы для отношения $\frac{R_0}{Q_0}$ являются более точными, чем формулы для $Q_0$ и $R_0$ в отдельности, в силу того что отношение $\frac{R_0}{Q_0}$ не зависит от потерь.

Для определения $Q_0$ и $\frac{R_0}{Q_0}$ воспользуемся приближенными выражениями для полей основного вида [5]:

$$
\begin{aligned}
E_r^{(i)} &= -\frac{A}{r}\,\xi_i k \sin k(z-\zeta_i);\\
H_\vartheta^{(i)} &= i\,\frac{A}{r}\,\xi_i \omega_0 \varepsilon \cos k(z-\zeta_i),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где индекс $i = 1, 2, 3$ — номер области (рис. 1 *а*, *б*), для которой записаны поля; значения $\zeta_i$: $\zeta_1 = 0$, $\zeta_2 = a + b - \frac{\pi}{2k}$, $\zeta_3 = 2(a+b)$; а значения $\xi_i$:

$$
\xi_2 = 1, \quad \xi_j = \frac{(-1)^{\frac{j-1}{2}} \ln\frac{R_2}{r_2}\cos ka}{\ln\frac{R_1}{r_1}\sin kb},
$$

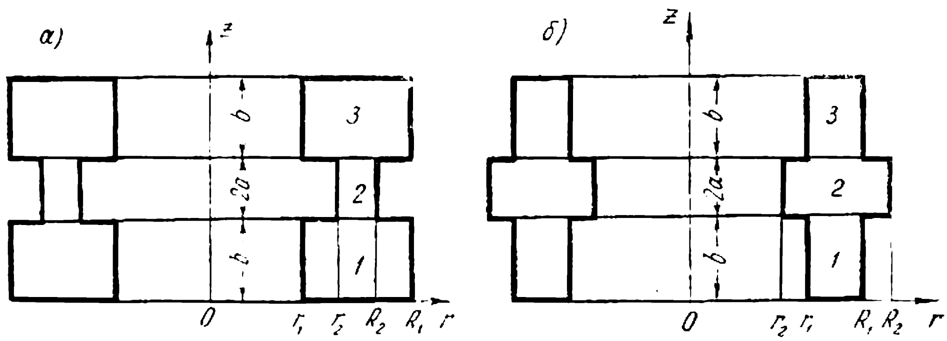


Рис. 1.

где $j = 1, 3$ — номер области. Очевидно, что в нашем случае $|\xi_1| = |\xi_3|$.

Величина $k\,(k = \omega_0\sqrt{\varepsilon\mu})$ является минимальным корнем уравнений следующего вида [2, 4, 5]:

а) для резонатора на $H$-волноводе:

$$
\operatorname{tg} ka = \left(\frac{\ln\frac{R_2}{r_2}}{\ln\frac{R_1}{r_1}}\right)\left\{\operatorname{ctg} kb + 2k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(\operatorname{ctg}\mu_{0m}^{(1)}b)\,[u_0(\alpha_{0m}^{(1)}R_2) - u_0(\alpha_{0m}^{(1)}r_2)]^2 \ln\left(\frac{R_1}{r_1}\right)}{\mu_{0m}^{(1)}\left\{[R_1u_0'(\alpha_{0m}^{(1)}R_1)]^2 - [r_1u_0'(\alpha_{0m}^{(1)}r_1)]^2\right\}\left[\alpha_{0m}^{(1)}\ln\left(\frac{R_2}{r_2}\right)\right]^2}\right\};
\tag{4}
$$

б) для резонатора на крестообразном волноводе:

$$
\operatorname{ctg} kb = \left(\frac{\ln\frac{R_1}{r_1}}{\ln\frac{R_2}{r_2}}\right)\left\{\operatorname{tg} ka + 2k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(\operatorname{tg}\mu_{0m}^{(2)}a)\,[u_0(\alpha_{0m}^{(2)}R_1) - u_0(\alpha_{0m}^{(2)}r_1)]^2 \ln\left(\frac{R_2}{r_2}\right)}{\mu_{0m}^{(2)}\left\{[R_2u_0'(\alpha_{0m}^{(2)}R_2)]^2 - [r_2u_0'(\alpha_{0m}^{(2)}r_2)]^2\right\}\left[\alpha_{0m}^{(2)}\ln\left(\frac{R_1}{r_1}\right)\right]^2}\right\}.
\tag{5}
$$

В этих формулах обозначено:

$$u_0(\alpha_{0m}^{(i)}r) = N_0(\alpha_{0m}^{(i)}r_i)\,J_0(\alpha_{0m}^{(i)}r) - J_0(\alpha_{0m}^{(i)}r_i)\,N_0(\alpha_{0m}^{(i)}r),$$

где $\alpha_{0m}^{(i)}$ определяется из уравнения

$$N_0(\alpha_{0m}^{(i)}r_i)\,J_0(\alpha_{0m}^{(i)}R_i) - J_0(\alpha_{0m}^{(i)}r_i)\,N_0(\alpha_{0m}^{(i)}R_i) = 0,$$

$$\mu_{0m}^{(i)} = \sqrt{k^2 - (\alpha_{0m}^{(i)})^2}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Подставив (3) в формулу (1) и выполнив интегрирование, получим

$$Q_0 = \frac{M}{\delta N}, \tag{6}$$

где

$$M = 2\left[\xi_1^2 b \ln\left(\frac{R_1}{r_1}\right) + a \ln\left(\frac{R_2}{r_2}\right)\right],$$

$$N = \xi_1^2\left[2\ln\left(\frac{R_1}{r_1}\right) + b\left(1 + \frac{\sin 2kb}{2kb}\right)\frac{(R_1 + r_1)}{R_1 r_1} + \right.$$

$$\left. + a\left(1 - \frac{\sin 2ka}{2ka}\right)\frac{(R_2 + r_2)}{\xi_1^2 R_2 r_2} + 2\cos^2 kb\left|\ln\left(\frac{R_1 r_2}{R_2 r_1}\right)\right|\right].$$

Найдем выражение для $\frac{R_0}{Q_0}$ относительно того сечения резонатора в котором электрическое поле $E_r$ принимает максимальное значение. Таким сечением на основной резонансной частоте является сечение $z = a + b$. В этом случае криволинейный интеграл в (2) следует брать на интервале $[r_2, R_2]$. Подставив (3) в (2) и выполнив интегрирование, имеем

$$\frac{R_0}{Q_0} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left[\ln\left(\frac{R_2}{r_2}\right)\right]^2}{\pi k M}. \tag{7}$$

Полученные формулы справедливы также для кольцевых резонаторов на $П$- и $Т$- волноводах, которые являются частным случаем $Н$- и крестообразных волноводов. Так, например, кольцевой резонатор на $П$-волноводе получается из резонатора на $Н$-волноводе (рис. 1, *а*), у которого $r_1 = r_2 = r_3$ или $R_1 = R_2 = R_3$. Точно так же кольцевой резонатор на $Т$-волноводе можно рассматривать, как резонатор на крестообразном волноводе (рис. 1, *б*), у которого $r_1 = r_2 = r_3$ или $R_1 = R_2 = R_3$.

### Экспериментальное определение параметров резонаторов

Для экспериментальной проверки формул (4) — (7) были изготовлены из латуни ($\sigma_{эф} = 1{,}4\ 10^7$ *сим/м* [8]) три кольцевых резонатора. Резонаторы № 1 (рис. 2, *а*) и № 3 (рис. 2, *в*) выполнены соответственно на $П$- и $Т$-волноводах, изогнутых в плоскости $E$ так, что $r_1 = r_2 = r_3$; резонатор № 2 (рис. 2, *б*) выполнен на $П$-волноводе таким образом, что $R_1 = R_2 = R_3$. Геометрические размеры резонаторов приведены в табл. 1, где $h = R_j - r_j$, $h_2 = R_2 - r_2$.

Все резонаторы сделаны разборными, так что крышка *1* (рис. 2 *а*, *б*, *в*) снимается и при сборке под нее можно положить кольцо *2* с зондом и гнездом для детектора *3*.

Таблица 1

| № резонатора | Геометрические размеры, *мм* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $r_1$ | $2a$ | $b$ | $h_2$ | $h$ |
| 1 | 9,83 | 9,20 | 10,70 | 2,88 | 9,78 |
| 2 | 9,85 | 9,25 | 10,60 | 3,02 | 9,85 |
| 3 | 9,80 | 9,30 | 10,70 | 16,68 | 9,83 |

С помощью зонда можно зафиксировать момент резонанса по максимуму показаний индикаторного устройства, включенного в цепь детектора, а также определить периодичность поля по окружности резонатора, путем вращения кольца *2*.

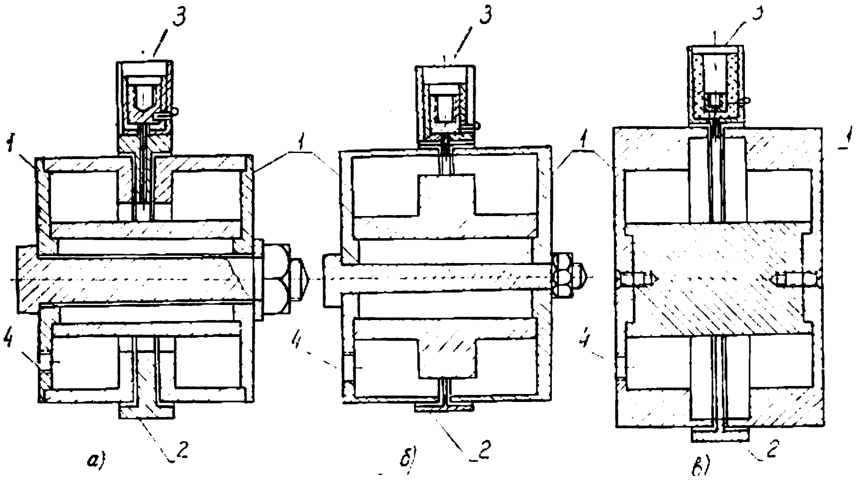


Рис. 2.

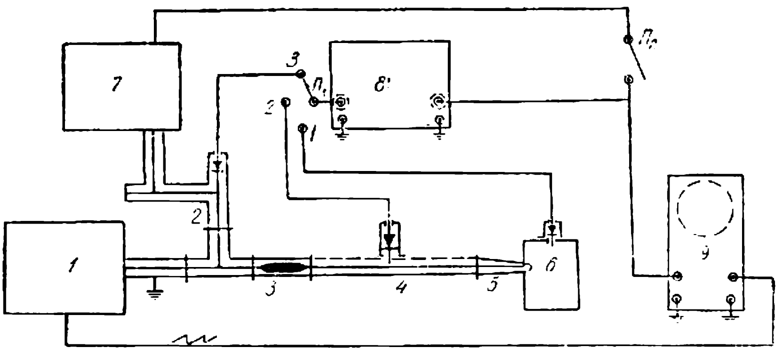


Рис. 3.

Для возбуждения резонаторов применен конусный коаксиальный переход, один конец которого соединен с отверстием *4* резонатора, а другой сделан в виде фишки стандартного 50-омного коаксиального кабеля и может быть подключен непосредственно к коаксиальной измерительной линии.

Для измерения параметров кольцевых резонаторов была собрана установка, блок-схема которой приведена на рис. 3. Здесь *1* — генератор Г4-9 (или Г4-10А), *2* — смесительная головка, *3* — коаксиальный фиксированный аттенюатор на 10 ÷ 15 *дб*, *4* — коаксиальная измерительная линия ИКЛ-10, *5* — конусный коаксиальный возбудитель, *6* — исследуемый резонатор, *7* — волномер ВСТ-10П, *8* — измерительный усилитель 28ИМ, *9* — осциллограф ЭО-7.

Измерение резонансной частоты производилось двумя методами: проходным и «реактивным» [6].

При проходном методе высокочастотные колебания модулировались прямоугольными импульсами с соотношением полупериодов 1 : 1 при частоте следования 1000 гц, а момент резонанса отмечался по максимуму показаний индикаторного прибора *8* ($П_1$ находился в положении *1*).

Основная резонансная частота определялась, как наименьшая резонансная частота, при которой нет вариации поля по окружности резонатора. Частота измерялась с помощью волномера ВСТ-10П (или ВСТ-6М).

При «реактивном» методе генератор модулировался пилообразным напряжением. Высокочастотная энергия, поступающая в смесительную головку *2*, детектировалась, и сигнал низкой частоты (частоты модуляции) после усиления прибором *8* ($П_1$ в положении *3*) подавался на вертикально отклоняющие пластины осциллографа *9*, горизонтальная развертка которого осуществлялась тем же пилообразным напряжением, что и модуляция генератора. В результате на экране была видна область генерации клистрона. Так как на резонансной частоте полное сопротивление резонатора резко изменяется, то на кривой области генерации на этой частоте появлялся провал. Совместив его с «отсосом» от волномера *7*, можно было измерить резонансную частоту.

Если связь волномера *7* с трактом оказывалась слабой, то использовался внутренний усилитель волномера (при этом $П_2$ включен). В этом случае «отсос» от волномера был виден достаточно хорошо.

Усредненные значения многократно измеренных резонансных частот резонаторов № 1 — № 3 приведены в табл. 2. Относительная погрешность измерения резонансных частот не превышает ± 1,0%. Для сравнения в табл. 2 даны значения резонансных частот, рассчитанных по формулам (4) и (5). Как видно из таблицы, расхождение между рассчитанными и экспериментальными значениями резонансных частот не превышает 1,3%. Это указывает на пригодность формул (4) и (5) для расчета резонансных частот.

Измерение собственной добротности $Q_0$ кольцевых резонаторов производилось методом коэффициента стоячей волны (КСВ) [6]. В этом случае высокочастотные колебания генератора *1* модулировались прямоугольными импульсами, измерительная коаксиальная линия *4* подключалась к усилителю *8* ($П_1$ в положении *2*).

После установки частоты генератора, близкой к резонансной, снимался график зависимости КСВ от частоты и по минимуму КСВ определялась резонансная частота $f_0$, а также находилась величина параметра связи $\beta$.

По известной величине минимального КСВ находилась величина КСВ, соответствующая уровню половинной мощности ($k_{0.5}$). Затем из графика зависимости КСВ от частоты по найденной величине $k_{0,5}$ определялась полоса частот $\Delta f$, собственная добротность находилась по формуле

$$Q_0 = \frac{(1+\beta) f_0}{\Delta f}. \tag{8}$$

Расчетные и экспериментальные значения $Q_0$ занесены в табл. 2. Как видно из таблицы, расхождение между расчетными и экспериментальными значениями $Q_0$ весьма велико. Это объясняется тем, что формула (6) не учитывает потерь в контактах и на излучение (резонаторы сборной конструкции), которые во много раз больше омических потерь в стенках резонатора. По-видимому, можно ввести в формулу (6) некоторый коэффициент, постоянный для данного типа конструкции резонатора, и тогда формула может быть использована для инженерных расчетов собственной добротности.

Величина отношения $\frac{R_0}{Q_0}$ определялась методом возмущения [6]. В качестве возмущающих тел использовались станиолевые кольца толщиной $l = 0{,}015$ *мм* с внутренним радиусом $\rho$. Они помещались в плоскости $z = a + b$ (рис. 4). В этом случае из теоремы возмущения Слэтера

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = \frac{\alpha \int\limits_{\Delta\tau} (\varepsilon |\vec{E}|^2 - \mu |\vec{H}|^2)\, d\tau}{\int\limits_V (\varepsilon |\vec{E}|^2 + \mu |\vec{H}|^2)\, dV},$$

после подстановки (3) и выполнения интегрирования с учетом малости величин $l$ и $\Delta\rho = R_2 - \rho$ имеем

$$M = \frac{\left(\frac{\Delta\rho}{\Delta f_0}\right) \alpha l f_0}{2R_2}, \tag{9}$$

где $\Delta f_0 = f_0 - f$;

$f_0$ — резонансная частота невозмущенного резонатора;

$\alpha$ — постоянная, зависящая от формы возмущающего тела и от того, каким образом $\Delta\tau$ (возмущение объема $V$) стремится к нулю.

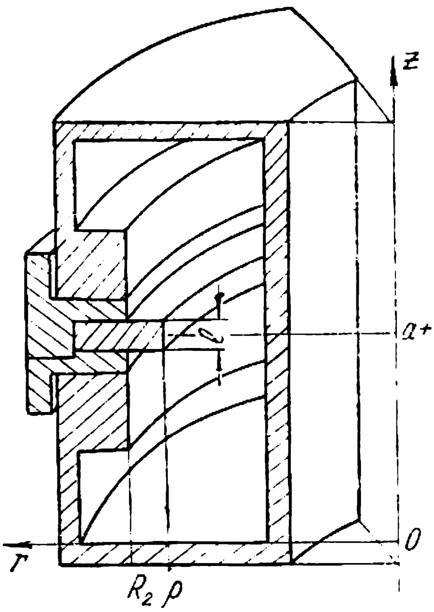


Рис. 4.

В (9) можно положить $\alpha = 1$, если отношение определять как тангенс угла наклона касательной в той точке экспериментальной кривой $f = F(\rho)$, которая соответствует случаю невозмущенного резонатора. Подставив (9) в (7), окончательно получим

$$\frac{R_0}{Q_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\left(\ln \frac{R_2}{r_2}\right)^2 R_2}{\pi k f_0 l} \left(\frac{df}{d\rho}\right)_{\rho = R_2}. \tag{10}$$

Итак, измерение отношения $\frac{R_0}{Q_0}$ сводится к снятию зависимости резонансной частоты от величины внутреннего радиуса $\rho$ возмущающего кольца, который изменяется от $R_2 - \Delta\rho$ до $R_2 + \Delta\rho$, и к определению тангенса угла наклона касательной в точке $\rho = R_2$. Результаты измерений $\frac{R_0}{Q_0}$ приведены в табл. 2, где даны и расчетные значения отношения $\frac{R_0}{Q_0}$.

Таблица 2

| № резонатора | $f_0$, мггц | | $Q_0$ | | $\frac{R_0}{Q_0}$, ом | | $\Delta f$, мггц | β |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Расчет | Эксперимент | Расчет | Эксперимент | Расчет | Эксперимент | | |
| 1 | 3220 | 3214 | 2020 | 935 | 17,8 | 18,6 | 11,9 | 2,46 |
| 2 | 2635 | 2633 | 1750 | 1210 | 14,5 | 16,4 | 3,7 | 0,70 |
| 3 | 5115 | 5052 | 2820 | 2030 | 29,5 | 31,7 | 6,0 | 1,41 |

Как видно из таблицы, расхождение между расчетными и экспериментальными значениями $\frac{R_0}{Q_0}$ не превышает 14% при относительной погрешности измерения $\frac{R_0}{Q_0} \pm 25\%$. Это говорит о пригодности формулы (7) для практических расчетов.

## ЛИТЕРАТУРА


1. А. Я. Яшкин. Расчет собственной частоты резонаторов сложной формы в цилиндрических функциях. «Радиотехника», 1961, т. 16, 5, 35.
2. А. Я. Яшкин. Равномерный изгиб *П*-, *Т*-волноводов в плоскости *E*. «Радиотехника и электроника», 1961, т. 7, 1, 67.
3. А. И. Терещенко, В. И. Милько. Кольцевой резонатор для радиального клистрона. ЖТФ, 1959, т. 29, 11, 1415.
4. А. Ф. Зоркин. Дисперсионные уравнения для равномерно-изогнутых волноводов сложной формы поперечного сечения с выступами на цилиндрических стенках. «Тр. радиофиз. ф-та Харьковск. ун-та», 1962, т. 5, 56.
5. А. И. Терещенко, А. Ф. Зоркин. Кольцевые резонаторы на волноводах сложной формы поперечного сечения. «Радиотехника и электроника», 1964, т. 9, 7, 1206.
6. Э. Л. Гинзтон. Измерения на сантиметровых волнах, М., Изд-во иностр. лит., 1960.
7. И. В. Лебедев. Техника и приборы сверхвысоких частот, М. — Л., Госэнергоиздат, 1961.
8. Я. Д. Ширман. Радиоволноводы и объемные резонаторы, М., Связьиздат, 1959.