

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВОЙНОЙ РАВНОЩЕЛЕВОЙ ДИАФРАГМЕ С МНОГОСЛОЙНЫМ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКОМ

В. В. Щербак

1. Рассмотрим прямоугольный волновод, нагруженный двумя тонкими многощелевыми диафрагмами (рис. 1), пространство между которыми заполнено слоистой магнитодиэлектрической средой ($\tilde{\epsilon}$, $\tilde{\mu}$ — кусочнопостоянные функции z). Пусть на эту неоднородность со стороны $z > 0$ набегают волны порядка p, l . Необходимо найти полное поле дифракции.

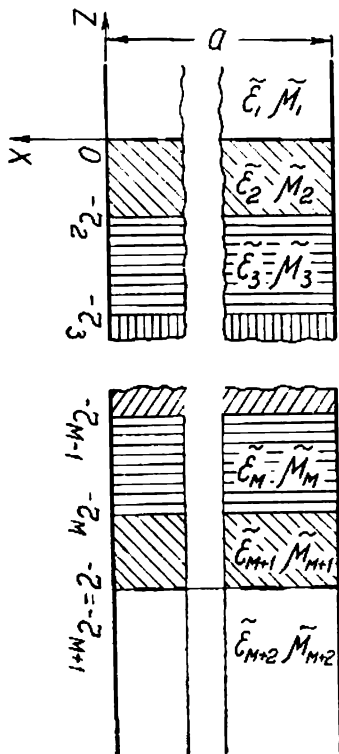


Рис. 1. Система из двух идентичных многощелевых диафрагм и слоистой среды в прямоугольном волноводе (щели диафрагм параллельны оси Oy , а ширина волновода в этом направлении равна b).

Ищем это поле в виде суперпозиции волн $(EH)_{nl}$ ($n = 0, 1, \dots$). Эти волны внутри каждого слоя среды, расположенной между диафрагмами, распространяются (или затухают) в обоих направлениях, а во внешних областях $z > 0$ и $z < -r_{M+1} = -r$ уходят от препятствия.

В таком случае компоненты полей, параллельные щелям диафрагм, запишутся для $M \pm 2$ отрезков волновода так ($1 < n \leq M+2$):

$$E_y^{(n)} = (e^{ih_l y} + e^{-ih_l y}) \{ B \delta_{r,-1} (e^{ig_p x} - e^{-ig_p x}) e^{-i\gamma_{pl} z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_n^{(\gamma)} e^{-i\gamma_{nl}^{(\gamma)}(z+r_{\gamma,-1})} + D_n^{(\gamma)} e^{i\gamma_{nl}^{(\gamma)}(z+r_{\gamma})}] e^{ig_n x} \}; \quad (1)$$

$$H_y^{(n)} = (e^{ih_l y} - e^{-ih_l y}) \{ A \delta_{r,-1} (e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}) \times e^{-i\gamma_{pl}^{(1)} z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_n^{(\gamma)} e^{-i\gamma_{nl}^{(\gamma)}(z+r_{\gamma,-1})} + d_n^{(\gamma)} e^{i\gamma_{nl}^{(\gamma)}(z+r_{\gamma})}] e^{ig_n x} \};$$

$$D_{-n}^{(\gamma)} = -D_n^{(\gamma)}; \quad C_{-n}^{(\gamma)} = -C_n^{(\gamma)}; \quad d_{-n}^{(\gamma)} = d_n^{(\gamma)}; \quad c_{-n}^{(\gamma)} = c_n^{(\gamma)};$$

$$c_n^{(1)} = 0; \quad C_n^{(1)} = 0; \quad d_n^{(M+2)} = 0; \quad D_n^{(M+2)} = 0; \quad (2)$$

$$\delta_k = \begin{cases} 1; & k = 0 \\ 0; & k \neq 0, \end{cases}$$

где

$$h_l = \frac{\pi}{b} l; \quad g_n = \frac{\pi}{a} n; \quad \gamma_{nl}^2 = \sqrt{k^2 \tilde{\epsilon}_\eta \tilde{\mu}_\eta - g_n^2 - h_l^2};$$

B и A соответственно E_y и H_y — составляющие падающей волны;

$z = 0$ и $z = -r_{M+1}$ — координаты диафрагм;

$z = -r_2; -r_3; \dots -r_M$ — координаты границ раздела в области между диафрагмами (M — количество слоев);

$\tilde{\epsilon}_\eta, \tilde{\mu}_\eta$ — параметры среды в соответствующем отрезке волновода.

Остальные компоненты полей выражаются через E_y и H_y из уравнений Максвелла.

Как и в [1], ограничимся для простоты случаем $\tilde{\epsilon}_\eta \tilde{\mu}_\eta = \text{const} \neq \tilde{\epsilon}_1 \tilde{\mu}_1$. (При $l = 0$ такого ограничения накладывать не будем). Тогда, решая поля на границах раздела, получим (для $2 \leq \eta \leq M$) соотношения:

$$\begin{aligned} D_n^{(\eta)} &= C_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} f_{nl}^{(\eta E)} + D_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} (1 - f_{nl}^{(\eta E)}); \\ C_n^{(\eta+1)} &= C_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} (1 + f_{nl}^{(\eta E)}) - D_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} f_{nl}^{(\eta E)}; \\ d_n^{(\eta)} &= c_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} f_{nl}^{(\eta H)} + d_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} (1 - f_{nl}^{(\eta H)}); \\ c_n^{(\eta+1)} &= c_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} (1 + f_{nl}^{(\eta H)}) - d_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} f_{nl}^{(\eta H)}; \\ e_{nl}^{(\eta)} &= e^{i\gamma_{nl}^\eta (r_\eta - r_{\eta-1})}. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициенты $f_{nl}^{(\eta E)}, f_{nl}^{(\eta H)}$ определены формулами (9) работы [1].

Решая уравнения (3), выразим амплитуды $D_n^{(2)}, C_n^{(M+1)}$ и $d_n^{(2)}, c_n^{(M+1)}$ (а также $D_n^{(1)}, C_n^{(1)}$ и $d_n^{(1)}, c_n^{(1)}$ для $M > \eta > 3$) соответственно через $C_n^{(2)}, D_n^{(M+1)}$ и $c_n^{(2)}, d_n^{(M+1)}$:

$$\begin{aligned} e_{nl}^{(2)} D_n^{(2)} &= C_n^{(2)} L_{nl}^E + D_n^{(M+1)} \bar{T}_{nl}^E; \\ e_{nl}^{(M+1)} C_n^{(M+1)} &= C_n^{(2)} T_{nl}^E + D_n^{(M+1)} L_{nl}^E; \\ e_{nl}^{(2)} d_n^{(2)} &= c_n^{(2)} L_{nl}^H + d_n^{(M+1)} \bar{T}_{nl}^H; \\ e_{nl}^{(M+1)} c_n^{(M+1)} &= c_n^{(2)} T_{nl}^H + d_n^{(M+1)} \bar{L}_{nl}^H. \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты $L_{nl}^E, T_{nl}^E, \bar{L}_{nl}^E, \bar{T}_{nl}^E$ и $L_{nl}^H, T_{nl}^H, \bar{L}_{nl}^H, \bar{T}_{nl}^H$ выражаются соответственно через $f_{nl}^{(\eta E)}$ или $f_{nl}^{(\eta H)}$, а также через e_{nl}^η . (При $n \rightarrow 0$ эти коэффициенты быстро стремятся к нулю). Заметим, что выражения для $\bar{L}_{nl}^E, \bar{T}_{nl}^E$ получаются соответственно из L_{nl}^E, T_{nl}^E при замене e_{nl}^η на $e_{nl}^{\eta+3-\eta}$ и $f_{nl}^{(\eta E)}$ на $f_{nl}^{(M+2-\eta) E}$. Остальные коэффициенты получаются из коэффициентов с индексом E заменой $f_{nl}^{(\eta E)}$ на $f_{nl}^{(\eta H)}$. С помощью (4) поля во второй и $(M+1)$ -й области переписуются так:

$$\begin{aligned} E_y^2 &= \sum_n [C_n e^{-i\gamma_{nl}^{(2)} z} + (C_n L_{nl}^E + D_n \bar{T}_{nl}^E) e^{i\gamma_{nl}^{(2)} z}] e^{i g_n x}; \\ H_y^2 &= \sum_n [c_n e^{-i\gamma_{nl}^{(2)} z} + (c_n L_{nl}^H + d_n \bar{T}_{nl}^H) e^{i\gamma_{nl}^{(2)} z}] e^{i g_n x}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_y^{M+1} &= \sum_n [D_n e^{i\gamma_{nl}^{(M+1)} z} + (D_n \bar{L}_{nl}^E + C_n T_{nl}^E) e^{-i\gamma_{nl}^{(M+1)} z}] e^{i g_n x}; \\ H_y^{M+1} &= \sum_n [d_n e^{i\gamma_{nl}^{(M+1)} z} + (d_n \bar{L}_{nl}^H + c_n T_{nl}^H) e^{-i\gamma_{nl}^{(M+1)} z}] e^{i g_n x}. \end{aligned} \quad (6)$$

(Множитель зависимости от y опускаем). Перепишем также поля в первой и $(M+2)$ -й области:

$$E_y^1 = B(e^{ig_p x} - e^{-ig_p x})e^{-i\gamma_{pl}^{(1)}z} + \sum_n A_n e^{i\gamma_{nl}^{(1)}z + ig_n x};$$

$$H_y^1 = A(e^{ig_p x} - e^{-ig_p x})e^{-i\gamma_{pl}^{(1)}z} + \sum_n a_n e^{i\gamma_{nl}^{(1)}z + ig_n x}; \quad (7)$$

$$E_y^{M+2} = \sum_n B_n e^{-i\gamma_{nl}^{(M+2)}z + ig_n x};$$

$$H_y^{M+2} = \sum_n b_n e^{-i\gamma_{nl}^{(M+2)}z + ig_n x}, \quad (8)$$

где обозначено

$$C_n = C_n^{(2)}; \quad c_n = c_n^{(2)}; \quad D_n = D_n^{M+1}; \quad d_n = d_n^{(M+1)}; \quad A_n = D_n^{(1)};$$

$$a_n = d_n^{(1)}; \quad B_n = C_n^{(M+2)}; \quad b_n = c_n^{(M+2)}. \quad (9)$$

Выражения для остальных компонент полей получаются с помощью (13) [1].

Неизвестные амплитуды (9) мы определим, сшивая поля (5)–(18) при $z=0$ и при $z=-r_{M+1}$. Остальные амплитуды находятся после этого с помощью равенств (4). В случае $M=1$, когда между диафрагмами расположен только один слой среды толщины $r_2=r$,

$$L_{nl}^E = L_{nl}^H = 0; \quad T_{nl}^E = T_{nl}^H = e^{i\gamma_{nl}^{(2)}r}. \quad (10a)$$

В случае $M=3$ имеем:

$$L_{nl}^E = (e_{nl}^{(2)})^2 \frac{f_{nl}^{2,E} [1 + (e_{nl}^{(3)})^2 f_{nl}^{2,E} f_{nl}^{3,E}] + f_{nl}^{3,E} [1 - (f_{nl}^{2,E})^2] (e_{nl}^{(3)})^2}{1 + (e_{nl}^{(3)})^2 f_{nl}^{2,E} f_{nl}^{3,E}};$$

$$T_{nl}^E = \frac{(1 + f_{nl}^{2,E})(1 + f_{nl}^{3,E})}{1 + (e_{nl}^{(3)})^2 f_{nl}^{2,E} f_{nl}^{3,E}} e_{nl}^{(2)} e_{nl}^{(3)} e_{nl}^{(4)}. \quad (10b)$$

2. Используя граничные условия, выполняющиеся на щелях и лентах первой диафрагмы ($z=0$), получим равенства (индекс l у величин h_i опускаем);

$$B(\delta_{n-p} - \delta_{n+p}) + a_n - C_n(1 + L_{nl}^E) + D_n \bar{T}_{nl}^E;$$

$$A\delta_{n-p} + \delta_{n+p} - a_n = [C_n(1 - L_{nl}^H) - d_n T_{nl}^H] \times$$

$$\times \frac{\mu_2 \gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2}{\mu_1 \gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} - \frac{g_n h k_2^2 - k_1^2}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} \times$$

$$\times [C_n(1 + L_{nl}^E) + D_n \bar{T}_{nl}^E] \quad (11)$$

и

$$\sum_n \{a_n - (c_n(1 + L_{nl}^H) + d_n \bar{T}_{nl}^H)\} e^{ig_n x} +$$

$$+ A(e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}) = 0; \quad x \in \Pi_1$$

$$\sum_n a_n \gamma_{nl}^{(1)} e^{ig_n x} = A \gamma_{pl}^{(1)} (e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}); \quad x \in \Pi_1 \quad (12)$$

$$\sum_n [C_n(1 + L_{nl}^E) + D_n T_{nl}^E] e^{ig_n x} = 0; \quad x \in \Pi_1$$

$$\begin{aligned} \sum_n \left\{ A_n + a_n \frac{g_n h}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)}} + \frac{\tilde{\varepsilon}_2 \gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2}{\tilde{\varepsilon}_1 \gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} [C_n (1 - L_{nl}^E) - D_n \bar{T}_{nl}^E] - \right. \\ \left. - \frac{g_n h}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)}} \frac{k_1^2 - h^2}{k_2^2 - h^2} [c_n (1 + L_{nl}^H) + d_n T_{nl}^H] \right\} \gamma_{nl}^{(1)} e^{i g_n x} = \\ = \left(B \gamma_{nl}^{(1)} + \frac{g_p h}{k} A \right) (e^{i g_p x} - e^{-i g_p x}), \quad x \in \Pi_1 \end{aligned}$$

Аналогично с помощью граничных условий, выполняющихся при $z = 0$ и при $z = -r_{M+1}$, находим:

$$\begin{aligned} B_n = D_n (1 + \bar{L}_{nl}^E) + C_n T_{nl}^E; \\ -b_n = [d_n (1 - \bar{L}_{nl}^H) - c_n T_{nl}^H] \frac{\tilde{\mu}_{M+1} \gamma_{nl}^{M+1} k_{M+2}^2 - h^2}{\tilde{\mu}_{M+2} \gamma_{nl}^{M+2} k_{M+1}^2 - h^2} - \\ - \frac{g_n h}{k_{M+2} \gamma_{nl}^{(M+2)}} \frac{k_{M+1}^2 - k_{M+2}^2}{k_{M+1}^2 - h^2} [D_n (1 + \bar{L}_{nl}^E) + C_n T_{nl}^E]; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\sum_n \{ b_n - [d_n (1 + \bar{L}_{nl}^H) + c_n T_{nl}^H] \} e^{i g_n x} = 0; \quad x \in \Pi_2$$

$$\sum_n b_n \tilde{\gamma}_{nl}^{(M+2)} e^{i g_n x} = 0; \quad x \in \Pi_2$$

$$\sum_n [D_n (1 + \bar{L}_{nl}^E) + C_n T_{nl}^E] e^{i g_n x} = 0; \quad x \in \Pi_2$$

$$\begin{aligned} \sum_n \left\{ B_n - b_n \frac{g_n h}{k_{M+2} \gamma_{nl}^{M+2}} + \frac{\tilde{\varepsilon}_{M+1} \gamma_{nl}^{M+1} k_{M+2}^2 - h^2}{\tilde{\varepsilon}_{M+2} \gamma_{nl}^{M+2} k_{M+1}^2 - h^2} \times \right. \\ \left. \times [D_n (1 - L_{nl}^E) - C_n T_{nl}^E] + \frac{g_n h}{k_{M+2} \gamma_{nl}^{(M+2)}} \frac{k_{M+2}^2 - h^2}{k_{M+1}^2 - h^2} \times \right. \\ \left. \times [d_n (1 + \bar{L}_{nl}^H) + c_n T_{nl}^H] \right\} \gamma_{nl}^{(M+2)} e^{i g_n x} = 0. \quad x \in \Pi_2 \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $k_\gamma = k \sqrt{\tilde{\varepsilon}_\gamma \tilde{\mu}_\gamma}$;

Π_1 — область изменения x , соответствующая щелям первой диафрагмы; Π_2 — область, соответствующая лентам первой диафрагмы; области Π_2 и Π_2 соответствуют второй диафрагме.

Введем следующие ограничения:

1. Среды перед первой диафрагмой $z > 0$ и за второй диафрагмой $z < -r_{M+1}$ одинаковы:

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_{M+2}; \quad \tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_{M+2}. \quad (15)$$

2. Между диафрагмами распределение среды симметрично относительно середины промежутка $z = -\frac{1}{2} r_{M+1}$ (что возможно при нечетном количестве слоев M), т. е.

$$e_\eta^n = e_{nl}^{M+3-\eta}; \quad \tilde{\varepsilon}_\eta = \tilde{\varepsilon}_{M+3-\eta}; \quad \tilde{\mu}_\eta = \tilde{\mu}_{M+3-\eta}. \quad (16)$$

Это приводит к равенствам

$$L_{nl}^E = \bar{L}_{nl}^E; \quad L_{nl}^H = \bar{L}_{nl}^H; \quad T_{nl}^E = \bar{T}_{nl}^E; \quad T_{nl}^H = \bar{T}_{nl}^H. \quad (17)$$

С учетом (15), (16), (17) из соотношений (11) и (13) получим:

$$\begin{aligned}
 & B(\delta_{n-p} - \delta_{n+p}) + (A_n \pm B_n) = (C_n \pm D_n) \times \\
 & \quad \times (1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E); \\
 & A(\delta_{n-p} + \delta_{n+p}) - (a_n \mp b_n) = (c_n \mp d_n)(1 - L_{nl}^H \pm T_{nl}^H) \times \\
 & \quad \times \frac{\tilde{\mu}\gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} - \frac{g_n h}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)}} \frac{k_2^2 - k_1^2}{k_2^2 - h^2} (C_n \pm D_n)(1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E). \quad (18)
 \end{aligned}$$

(Здесь $\tilde{\varepsilon} = \frac{\tilde{\varepsilon}_2}{\tilde{\varepsilon}_1}$, а также $\tilde{\mu} = \frac{\tilde{\mu}_2}{\tilde{\mu}_1}$).

Кроме того, ограничимся случаем, когда первая и вторая диафрагмы идентичны. При этом области Π_1 и Π_2 и соответственно \mathcal{L}_1 и \mathcal{L}_2 совпадают. Тогда складывая (или вычитая) каждое из уравнений (12) с соответствующим уравнением (14) и учитывая (15), (16), (17), получим вместо (12), (14) две более простые независимые системы. Запись этих систем объединяется с помощью знака \pm :

$$\begin{aligned}
 \sum_n \{ (a_n \mp b_n) - (d_n \mp c_n)(1 + L_{nl}^H \mp T_{nl}^H) \} e^{ig_n x} + A(e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}) &= 0; \quad \text{Ш} \\
 \sum_n (a_n \mp b_n) \gamma_{nl}^{(1)} e^{ig_n x} = A \gamma_{pl}^{(1)} (e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}); \quad \text{Л} \\
 \sum_n (C_n \pm D_n)(1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E) e^{ig_n x} &= 0; \quad \text{Л} \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_n \left\{ (A_n \pm B_n) + (a_n \mp b_n) \frac{g_n h}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)}} + \tilde{\varepsilon} \frac{\gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} (C_n \pm D_n)(1 - L_{nl}^E \mp T_{nl}^E) - \right. \\
 \left. - \frac{g_n h}{k_1 \gamma_{nl}^{(1)}} \frac{k_1^2 - h^2}{k_2^2 - h^2} (c_n \mp d_n)(1 + L_{nl}^H \mp T_{nl}^H) \right\} \gamma_{nl}^{(1)} e^{ig_n x} = \\
 = \left(B \gamma_{pl}^{(1)} + \frac{g_p h}{k_1} A \right) (e^{ig_p x} - e^{-ig_p x}). \quad \text{Ш}
 \end{aligned}$$

При верхнем знаке уравнения (19) вместе с (18) определяют сумму A_n и B_n , D_n и C_n , a_n и $-b_n$, d_n и $-c_n$, при нижнем знаке (19) — разности этих же коэффициентов.

Подробно на решении (19) мы останавливаться не будем, поскольку оба варианта системы (18), (19) сходны с ранее исследованными системами функциональных уравнений [1], [2].

Заметим только, что если ввести обозначения:

$$\begin{aligned}
 \xi_{n1}^{\pm} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2}{\tilde{\mu} \gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2} \frac{1 + L_{nl}^H \mp T_{nl}^H}{1 - L_{nl}^H \pm T_{nl}^H} \right\}; \\
 \xi_{n2}^{\pm} &= \frac{1}{2 \tilde{\mu} k_1} \frac{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - k_1^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} \frac{1 + L_{nl}^H \pm T_{nl}^H}{1 - L_{nl}^H \pm T_{nl}^H}; \\
 \xi_{n3}^{\pm} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tilde{\varepsilon} \frac{\gamma_{nl}^{(2)} k_1^2 - h^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} \frac{1 - L_{nl}^E \mp T_{nl}^E}{1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E} \right\}; \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{n4}^{l\pm} &= \zeta_{n3}^{l\pm} + \left(\frac{g_n}{g_{nl}^{(1)}}\right)^2 \zeta_{n2}^{l\pm} \frac{\Omega}{\varepsilon_{n1}^{\pm}}; \\ \zeta_{n5}^{l\pm} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\gamma_{nl}^{(1)}}{\gamma_{nl}^{(2)}} \frac{1 + L_{nl}^H \mp T_{nl}^H}{1 - L_{nl}^H \pm T_{nl}^H} \right\}; \\ \Omega &= \frac{h}{2k_1} \frac{k_2^2 - k_1^2}{k_1^2 - h^2}; \quad \Omega_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \frac{k_2^2 - h^2}{k_1^2 - h^2} \right); \\ \Omega_2 &= \frac{h}{2\mu k_1} \frac{k_2^2 - h^2}{k_1^2 - h^2}; \quad \Omega_3 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \frac{k_2^2 - h^2}{k_1^2 - h^2} \right); \\ \Omega_4 \Omega_1 &= \Omega_3 \Omega_1 - \Omega \Omega_2 = \xi = \frac{1}{4} (1 + \tilde{\varepsilon}) (1 + 1/\tilde{\mu});\end{aligned}\tag{21}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{nH}^{l\pm} &= |n| + i \frac{x}{k_1} \gamma_{nl}^{(1)} \frac{\Omega_1}{\zeta_{n1}^{l\pm}}; \quad \zeta_{nE} = |n| + i \frac{x}{k_1} \gamma_{nl}^{(1)} \frac{\zeta_{n4}^{l\pm}}{\Omega_4}; \\ x &= \frac{2a}{\lambda} \sqrt{\tilde{\varepsilon}_1 \mu_1}; \quad \zeta_n^{l\pm} = -i \frac{\Omega}{\Omega_4} \left(\frac{1}{\zeta_{n1}^{l\pm}} - \frac{1}{\Omega_1} \right) n;\end{aligned}\tag{22}$$

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\xi} \zeta_n^{l\pm} &= -i \Omega_1 \left(\frac{\zeta_{n2}^{l\pm}}{\zeta_{n1}^{l\pm}} - \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) n = -i \frac{n}{\xi} \Omega \Omega_1 \frac{1 - \zeta_{n5}^{l\pm}}{\zeta_{n1}^{l\pm}}; \\ x_n^{\pm} &= (C_n \pm D_n) (1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E);\end{aligned}\tag{23}$$

$$\begin{aligned}y_n^{\pm} &= (a_n \mp b_n) \zeta_{n1}^{l\pm} - \frac{g_n}{\gamma_{nl}^{(1)}} \zeta_{n2}^{l\pm} (C_n \pm D_n) (1 + L_{nl}^E \pm T_{nl}^E) + \\ &+ A (1 - \zeta_{\rho 1}^{l\pm}) (\delta_{n-\rho} + \delta_{n+\rho});\end{aligned}$$

то из (19) после преобразований получим уравнения:

$$\begin{cases} \sum_n y_n^{\pm} e^{ig_n x} = 0; & x \in \text{Щ} \\ \sum_n y_n^{\pm} |n| e^{ig_n x} = J_H^{\pm}; & x \in \text{Л} \end{cases}\tag{24}$$

$$\begin{cases} \sum_n x_n^{\pm} e^{ig_n x} = 0; & x \in \text{Л} \\ \sum_n x_n^{\pm} |n| e^{ig_n x} = J_E^{\pm}; & x \in \text{Щ} \end{cases}\tag{25}$$

где

$$\begin{aligned}J_H^{\pm} &= -i \frac{x}{k_1} \gamma_{\rho l}^{(1)} \frac{\Omega_1}{\zeta_{\rho 1}^{l\pm}} A (e^{ig_{\rho} x} + e^{-ig_{\rho} x}) + \\ &+ \sum_n (y_n^{\pm} \zeta_{nH}^{l\pm} - \frac{1}{\xi} x_n^{\pm} \zeta_n^{l\pm}) e^{ig_n x}; \\ J_E^{\pm} &= -i \frac{\Omega_1}{\xi} \left(\frac{x}{k_1} \gamma_{\rho l}^{(1)} B + \rho \frac{\Omega}{\zeta_{\rho l}^{l\pm}} A \right) (e^{ig_{\rho} x} - e^{-ig_{\rho} x}) + \\ &+ \sum_n (y_n^{\pm} \zeta_n^{l\pm} + x_n^{\pm} \zeta_{nE}^{l\pm}) e^{ig_n x},\end{aligned}\tag{26}$$

которые решаются точно так же, как и уравнения (23), (24) [1].

В результате для сумм и разностей искоемых коэффициентов находим две замкнутые системы линейных алгебраических уравнений (запись этих систем объединяется знаком \pm):

$$my_m^\pm = (\rho - \zeta_{pH}^{\pm}) A (\bar{V}_m^p + \bar{V}_m^{-p}) + \sum_{n=0}^{\infty} (y_n^\pm \zeta_{nH}^{\pm} + x_n^\pm \zeta_{nE}^{\pm}) \times \\ \times (\bar{V}_m^n + \delta_n \bar{V}_m^{-n}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k^\pm \bar{R}_{m-k+1}; \quad m \geq 0 \quad (27)$$

$$mx_m^\pm = -i \frac{\Omega_1}{\zeta} \left(\frac{\gamma_{\mu l}^{(1)}}{k} B + \rho \frac{\Omega}{\zeta_{\pm}^{\pm}} A \right) (V_m^p - V_m^{-p}) + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (y_n^\pm \zeta_{nH}^{\pm} + x_n^\pm \zeta_{nE}^{\pm}) (V_m^n - V_m^{-n}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k^\pm R_{m-k+1}; \quad m > 0. \quad (28)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n^\pm e^{i n \tau k} = 0; \quad k = 1, \dots, t \quad (27')$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n^\pm e^{i n \tau k} = 0; \quad k = 1, \dots, t \quad (28')$$

аналогичных системе (27), (28) [1].

Полученные системы квазирегулярны и могут быть разрешены методом редукции. Как и в [1], от индекса p в них зависят только свободные члены.

3. Рассмотрим случаи, когда данное решение распадается на два независимых решения для волн различных поляризаций.

а) Первый случай, когда комплексные показатели преломления первой и второй области (и $(M+2)$ -й и $(M+1)$ -й) равны ($\tilde{\epsilon}_2 \tilde{\mu}_2 = \tilde{\epsilon}_1 \tilde{\mu}_1$).

Тогда вместо (20)–(23) имеем:

$$\xi_{n1}^{\pm} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\mu} \frac{1 + L_{n1}^H \mp T_{n1}^H}{1 - L_{n1}^H \pm T_{n1}^H} \right\}; \\ \xi_{n3}^{\pm} = \xi_{n4}^{\pm} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1 - L_{n1}^E \mp T_{n1}^E}{1 + L_{n1}^E \pm T_{n1}^E} \right\}; \\ \Omega_1 = \Omega_3 = \Omega_4 = \frac{1 + \varepsilon}{2} = \frac{1 + 1/\mu}{2}; \quad (29) \\ \Omega = \Omega_2 = \xi_{n2}^{\pm} = 0; \quad \zeta_{n1}^{\pm} = 0; \\ y_n^\pm = (a_n \mp b_n) + A(1 - \xi_{p1}^{\pm}) (\delta_{n-p} + \delta_{n+p}),$$

а каждый из вариантов (27), (28) распадается на две независимые системы.

При этом, как и в [1], зависимость решения от $x^l = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{b} l\right)^2}$ тождественна при различных l .

б) В случае $l=0$ также наблюдается поляризационное разделение:

$$\xi_{n1}^{0\pm} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\tilde{\gamma}_{n0}^{(1)}}{\tilde{\gamma}_{n0}^{(2)}} \frac{1 + L_{n0}^H \mp T_{n0}^H}{1 - L_{n0}^H \pm T_{n0}^H} \right\}; \\ \xi_{n4}^{0\pm} = \xi_{n3}^{0\pm} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\mu} \frac{\tilde{\gamma}_{n0}^{(2)}}{\tilde{\gamma}_{n0}^{(1)}} \frac{1 - L_{n0}^E \mp T_{n0}^E}{1 + L_{n0}^E \pm T_{n0}^E} \right\}; \\ \Omega_1 = \frac{1 + \tilde{\varepsilon}}{2}; \quad \Omega_3 = \Omega_4 = \frac{1 + 1/\tilde{\mu}}{2} \neq \Omega_1; \quad (30)$$

$$\Omega = \Omega_2 = \zeta_{n2}^{0\pm} = 0; \quad \zeta_n^{0\pm} = 0;$$

$$y_n^\pm = (a_n \mp b_n) \zeta_{n1}^{0\pm} + A(1 - \zeta_{p1}^{0\pm})(\delta_{n-p} + \delta_{n+p}),$$

и вместо (27), (28) имеем:

$$my_m^\pm = -i \frac{x}{k_1} \gamma_{p0}^{(1)} \frac{1+\varepsilon}{2} A (\bar{V}_m^p + \bar{V}_m^{-p}) +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \mp b_n) \zeta_{n1}^{0\pm} \zeta_{nH}^{0\pm} (\bar{V}_m^n + \delta_n \bar{V}_m^{-n}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k^\pm R_{m-k+1} \quad m \geq 0 \quad (31)$$

и

$$mx_m^\pm = -i \frac{x}{k_1} \gamma_{p0}^{(1)} \frac{2}{1+1/\mu} (V_m^p - V_m^{-p}) B +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} x_n^\pm \zeta_{nE}^{0\pm} (V_m^n - V_m^{-n}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k^\pm R_{m-k+1} \quad m > 0. \quad (32)$$

Решения, полученные из этих систем, не зависят от величины b (размер стенки волновода, параллельной щелям диафрагм).

Система (32), (28') определяет решение для волны E_{n0}^y .

Что касается волн H_{n0}^y , то они не удовлетворяют граничным условиям на идеально проводящих стенках волновода. При $l=0$ H^y , согласно (1), автоматически обращается в нуль при ненулевом решении (31), (27'). Смысл решения уравнений (31), (27') будет выяснен ниже.

4. Результаты данной работы справедливы при любых параметрах препятствия и при любых поперечных размерах волновода, в том числе и для случая $b = \infty$, когда волновод бесконечно широк в направлении y .

В этом случае при конечном (даже не равном нулю) l постоянная распространения $h_l = \frac{\pi}{b} l$ обращается в нуль, а уравнения (27), (28) переходят в (31), (32). (Можно осуществить и предельный переход к случаю $b, l \rightarrow \infty$, h_l — конечно; когда зависимость полей от y сохраняется. Мы ограничимся случаем $\frac{\partial}{\partial y} = 0$).

При $b = \infty$ удовлетворять граничным условиям на стенках волновода, находящихся на бесконечности, не обязательно. Последние можно вообще удалить, не нарушая при этом распределения полей. Тогда в системе может распространяться H^y -поляризованная волна, не имеющая зависимости от y . Выражения для полей этой волны получим при $B=0$ из (1), если заменим там $(e^{ih_l y} - e^{-ih_l y})$ на $(e^{ih_l y} + e^{-ih_l y})$ и после этого устремим l к нулю (или b к бесконечности). Амплитуды спектров в этом случае находим из решения уравнений (31), (27'). (Аналогичный смысл имеет и решение уравнений (27'), (30), (32) работы [1]).

Обращаем также внимание на то, что при $p=0$ уравнения (31), (27) дают решение и для случая нормального падения плоской H -поляризованной волны на двойную равнощелевую [3] многоэлементную [4] ленточную решетку с многослойным магнитодиэлектриком.

5. Численные расчеты рассмотренных дифракционных задач произведены (для $p=1, 2, 3$) на ЭВМ. Точность вычислений контролировалась проверкой выполнения закона сохранения энергии.

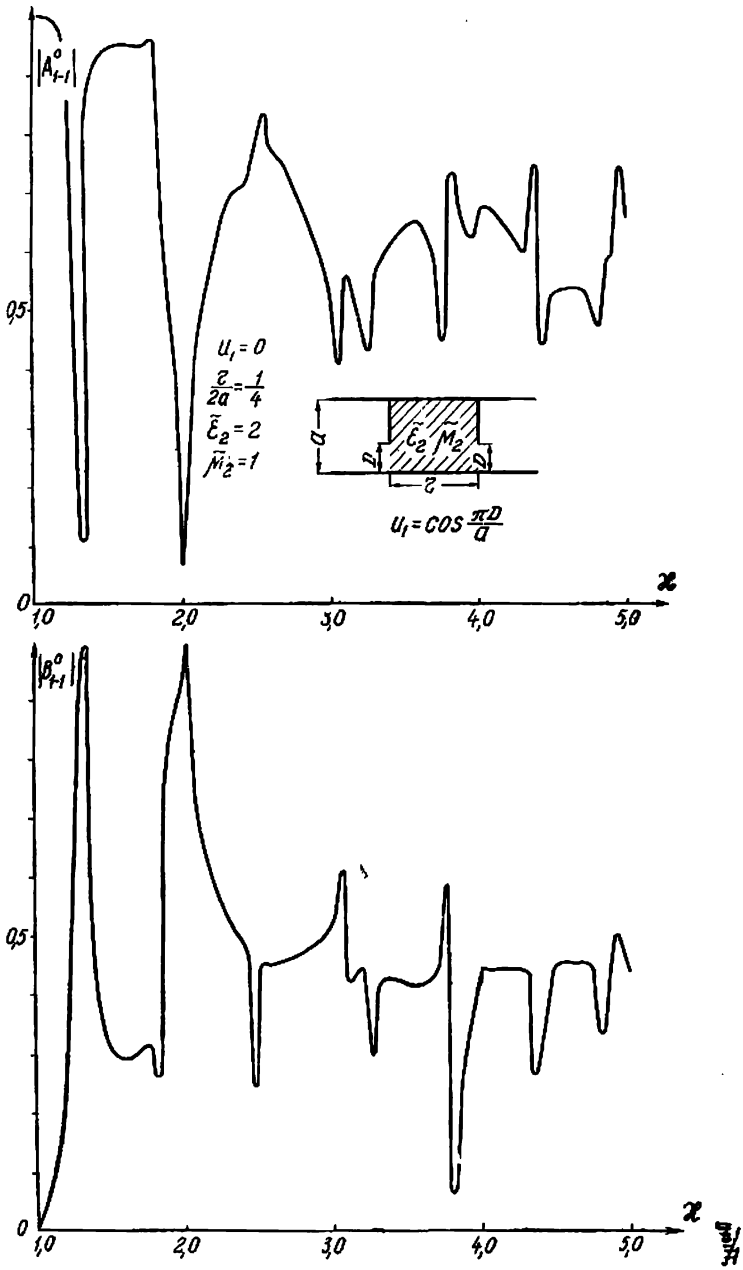


Рис. 2. Двойная однощелевая асимметричная система с одним слоем среды. Зависимость модулей коэффициентов отражения и прохождения волны $E_{1,0}^y$ от x .

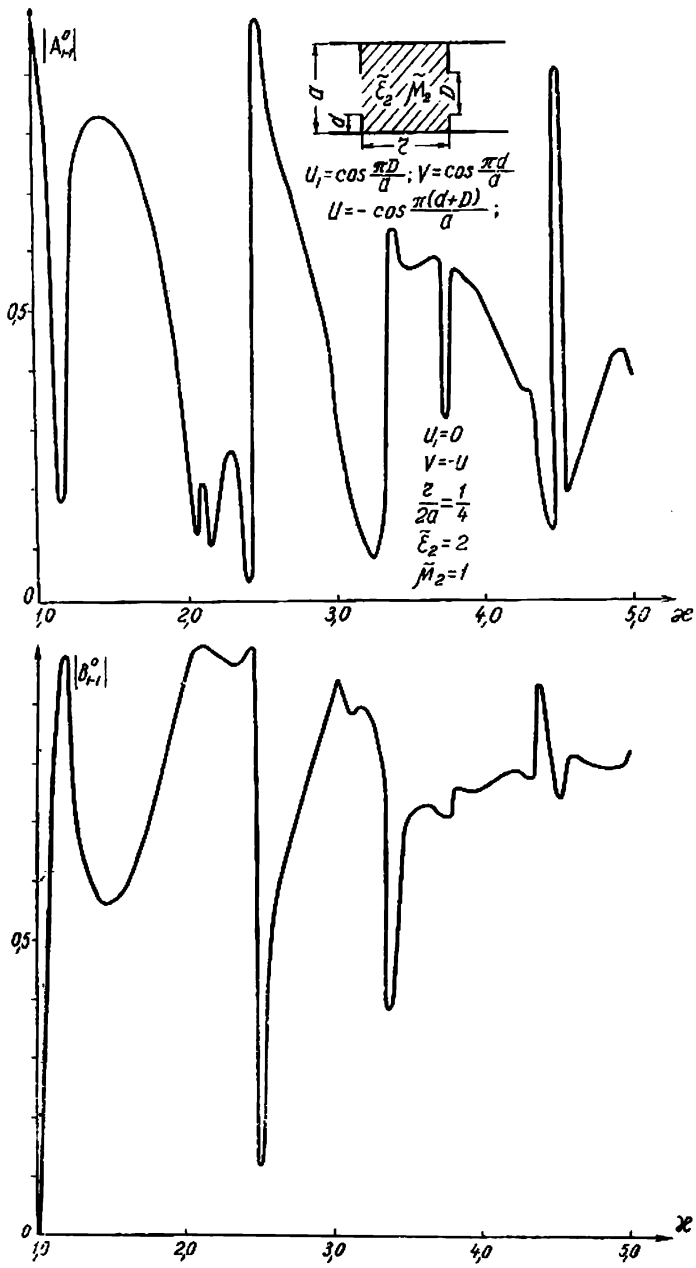


Рис. 3. Зависимость $|A_{1-1}^0|$ и $|B_{1-1}^0|$ от x для двойной однощелевой симметричной системы с одним слоем среды

Как и в случае обычной двойной диафрагмы [5], здесь также наблюдаются резонансные явления.

Сравнение с численными результатами [5] показывает, что наличие в системе слоев оптически плотной непоглощающей среды увеличивает осцилляцию кривых зависимости амплитуд от x (рисунки 2, 3). Это происходит по двум причинам. Во-первых, в более плотной среде увели-

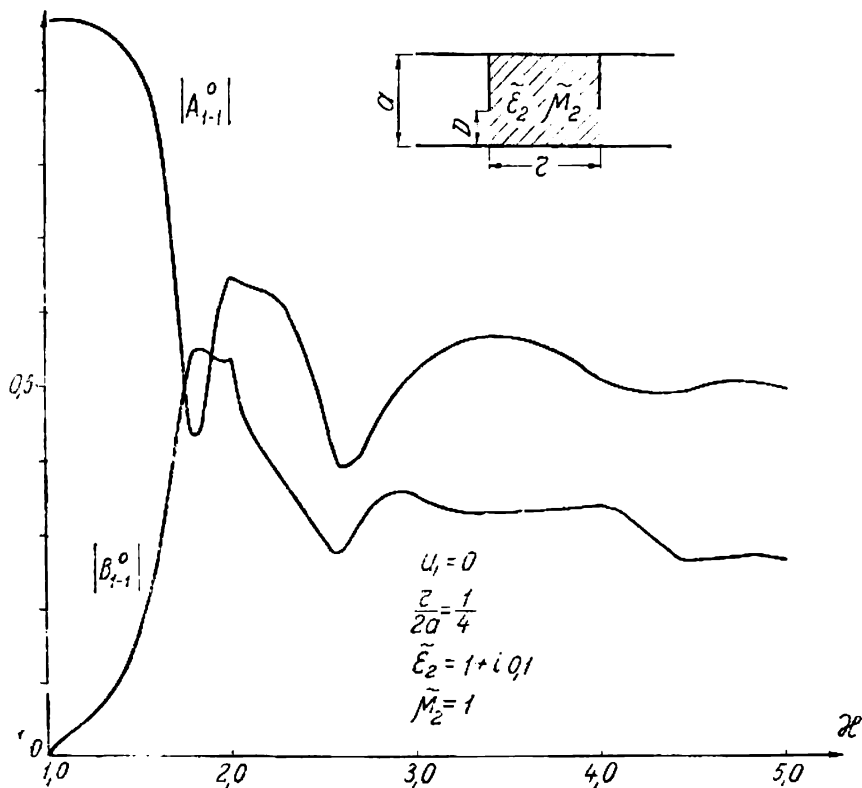


Рис. 4. Зависимость $|A_{l-1}^o|$ и $|B_{l-1}^o|$ от x в случае потерь в среде.

чивается разность хода волн. Во-вторых, в заполненном плотной средой отрезке волновода незатухающие высшие волны возникают при меньших значениях x . Обе причины ведут к увеличению количества резонансов на интервал x .

Так, на рис. 2 при $x = 1,3$ видим выбросы, обусловленные резонансом на $E_{1,0}^y$ -волне. При отсутствии среды этот резонанс возник бы только при $x = 1,8$.

На рис. 3 при $x = 2,5$ наблюдается провал, обусловленный преобразованием падающей $E_{1,0}^y$ -волны в резонансную $E_{3,0}^y$ -волну. А при отсутствии среды $E_{3,0}^y$ -волна могла бы распространяться (а следовательно, и резонировать) только при $x > 3$.

Если имеются потери в средах, осцилляция кривых сглаживается (рис. 4).

Влияние суммарной ширины щелей диафрагм на форму кривых и, в частности, на положение и ширину резонансных выбросов такое же, как и при отсутствии заполнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Щербак. Изв. вузов СССР, «Радиотехника», вып. 2 (статья в данном номере), 1966.
 2. А. И. Адонина, В. В. Щербак. ЖТФ, XXXIV, в. 1, 1964.
 3. О. А. Третьяков. Автореф. канд. дисс., МВССО УССР, ХГУ им. Горького, Харьков, 1963.
 4. Г. Н. Гестрин, К. В. Маслов, В. П. Шестопалов. «Зап. мех.-матем. ф-та ХГУ и Харьковск. матем. об-ва», 30, 4, 1964.
 5. В. В. Щербак. Сб. «Радиотехника», в. 1, Изд-во ХГУ, 1965.
-