

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЛЕНТОЧНОЙ ВОЛНОВОДНОЙ ДИАФРАГМЕ С МНОГОСЛОЙНЫМ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКОМ

В. В. Щербак

ВВЕДЕНИЕ

Если прямоугольный волновод заполнен однородной средой и в некотором его сечении расположена многощелевая диафрагма, то при падении на такое препятствие волноводной волны строгое решение дифракционной задачи можно получить (для одномерного спектра), применяя метод задачи Римана-Гильберта [1].

Представляет интерес исследование такой задачи при заполнении волновода неоднородной магнитодиэлектрической средой. Здесь рассмотрен случай, когда перед диафрагмой ($z > 0$) заполнение однородно, а в пространстве за диафрагмой параметры среды $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$ являются кусочно-постоянными функциями z . Количество однородных слоев среды за диафрагмой и толщину всех слоев, кроме последнего, считаем конечными (рис. 1а).

Метод исследования пригоден и для случая, когда на конечном расстоянии от диафрагмы (рис. 1б) волновод заканчивается сплошной идеально проводящей перегородкой (толщина последнего слоя при этом конечна).

Как и в [1], предполагаем параметры распределения диафрагмы и порядок набегающей на неоднородность волны произвольными.

Следует заметить, что в случае неоднородного заполнения поляризационное разделение полей отсутствует (падающая волна одной поляризации может возбуждать волны другой поляризации). Поэтому (в отличие от [1]) здесь рассматриваются волны смешанной поляризации. И только в некоторых частных случаях полученное решение распадается на два независимых решения для волн разных поляризаций.

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим прямоугольный волновод, нагруженный тонкой многощелевой диафрагмой (рис. 1а, б) и расположенными за ней M однородных слоев магнитодиэлектрика (параметры $\tilde{\epsilon}_r$, $\tilde{\mu}_r$ каждого из слоев — произвольные комплексные величины).

Набегающая (со стороны $z = \infty$) волноводная волна порядка p , l возбуждает на неоднородности одномерный спектр волн $(EH)_{nl}$. При этом перед диафрагмой ($z > 0$) имеем падающую волну и сумму отраженных, а в каждом слое среды за диафрагмой существуют и прямые и обратные волны. В таком случае компоненты полей, параллельные

щелям диафрагмы, запишутся для $M + 1$ отрезков волновода соответственно в виде ($1 \leq \eta \leq M + 1$):

$$E_y^\eta = (e^{ih_l y} + e^{-ih_l y}) \{ B \delta_{\eta-1} (e^{ig_p x} - e^{-ig_p x}) e^{-i\gamma_{pl} z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [C_n^{(\eta)} e^{-i\gamma_{nl}^\eta (z+r_{\eta-1})} + D_n^\eta e^{i\gamma_{nl}^\eta (z+r_\eta)}] e^{ig_n x} \}; \quad (1)$$

$$H_y^\eta = (e^{ih_l y} - e^{-ih_l y}) \{ A \delta_{\eta-1} (e^{ig_p x} + e^{-ig_p x}) e^{-i\gamma_{pl} z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} [c_n^{(\eta)} e^{-i\gamma_{nl}^\eta (z+r_{\eta-1})} + d_n^\eta e^{i\gamma_{nl}^\eta (z+r_\eta)}] e^{ig_n x} \}; \quad (2)$$

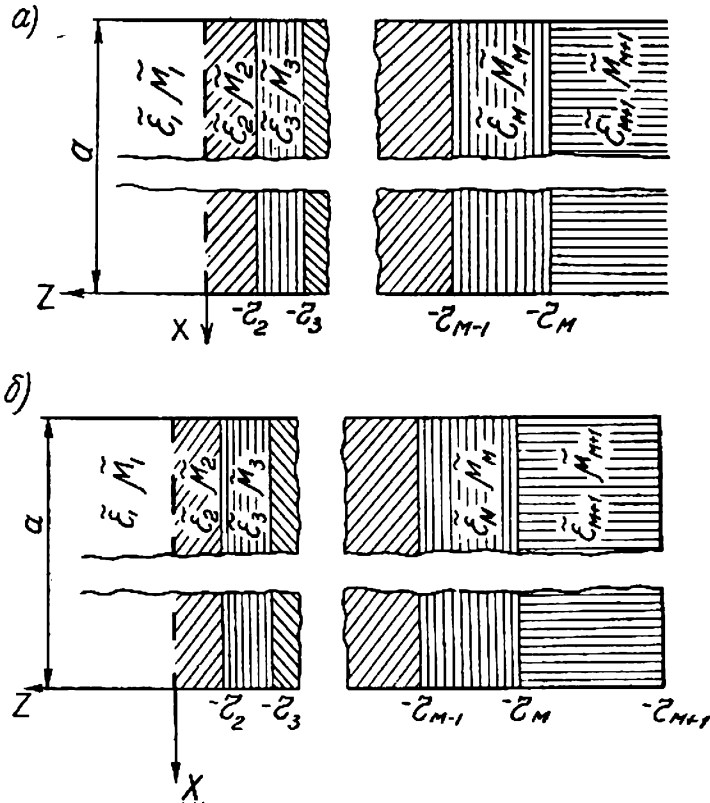


Рис. 1. Многощелевая диафрагма и слоистая среда в прямоугольном волноводе (щели диафрагмы параллельны оси Oy . В этом направлении ширина волновода равна b).

$$D_{-n}^{(\eta)} = -D_n^{(\eta)}; \quad C_{-n}^{(\eta)} = -C_n^{(\eta)}; \quad d_{-n}^{(\eta)} = d_n^{(\eta)}; \\ c_{-n}^{(\eta)} = c_n^{(\eta)}; \quad c_n^{(1)} = 0; \quad C_n^{(1)} = 0, \quad (3)$$

где

$$h_l = \frac{\pi}{b} l; \quad g_n = \frac{\pi}{a} n; \quad \gamma_{nl}^{(\eta)} = \sqrt{k^2 \tilde{\varepsilon}_\eta \tilde{\mu}_\eta - g_n^2 - h_l^2}; \\ k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \delta_n = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}; \quad (4)$$

a и b — поперечные размеры волновода; B и A — амплитуды E_y и H_y составляющей падающей волны; $z = 0$ и $z = -r_2; -r_3; \dots -r_{M+1}$ — координаты границ раздела (r_{M+1} может быть бесконечным). Остальные компоненты полей выражаются через E_y и H_y из уравнений Максвелла.

При $z = -r_2; -r_3; \dots -r_M$ тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей должны быть непрерывными. Кроме того, в системе рис. 1 б E_y и E_x обращаются в нуль при $z = -r_{M+1}$; а в системе рис. 1 а отсутствуют обратные волны в области $z < -r_M$ (т. е. $D_n^{(M+1)} = 0$; $d_n^{(M+1)} = 0$). Воспользовавшись этим, можно выразить через амплитуды полей в области $0 > z > -r_2$ амплитуды полей во всех остальных слоях среды за диафрагмой.

Для простоты ограничимся случаем отсутствия поляризационного преобразования на всех границах, кроме $z = 0$. Это выполняется, если $l = 0$ или если на произведения параметров сред, находящихся за диафрагмой, наложено ограничение $\tilde{\epsilon}_\eta \tilde{\mu}_\eta = \text{const} \neq \epsilon_1 \mu_1$. При этом имеем (для $2 \leq \eta \leq M$):

$$D_n^{(\eta)} = C_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} R_{nl}^{(\eta)} + D_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} (1 - R_{nl}^{(\eta)});$$

$$C_n^{(\eta+1)} = C_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} (1 + R_{nl}^{(\eta)}) - D_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} R_{nl}^{(\eta)}; \tag{5}$$

$$d_n^{(\eta)} = c_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} K_{nl}^{(\eta)} + d_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} K_{nl}^{(\eta)};$$

$$c_n^{(\eta+1)} = c_n^{(\eta)} e_{nl}^{(\eta)} (1 + K_{nl}^{(\eta)}) - d_n^{(\eta+1)} e_{nl}^{(\eta+1)} K_{nl}^{(\eta)} \tag{6}$$

$$\text{и } D_n^{(M+1)} = C_n^{(M+1)} e_{nl}^{(M+1)} R_{nl}^{(M+1)}; \tag{7}$$

$$d_n^{(M+1)} = c_n^{(M+1)} e_{nl}^{(M+1)} K_{nl}^{(M+1)}; \tag{8}$$

$$e_{nl}^{(\eta)} = e^{i\gamma_{nl}^{(\eta)} (r_\eta - r_{\eta-1})},$$

где обозначено

$$R_{nl}^{(\eta)} = \begin{cases} f_{nl}^{E} = \frac{\tilde{\epsilon}_\eta - \tilde{\epsilon}_{\eta+1}}{\tilde{\epsilon}_\eta + \tilde{\epsilon}_{\eta+1}}; & \eta \neq M+1 \\ -1 & \eta = M+1; \quad r_{M+1} < \infty \\ 0 & \eta = M+1; \quad r_{M+1} = \infty \end{cases} \tag{9}$$

$$K_{nl}^{(\eta)} = \begin{cases} f_{nl}^H = \frac{\tilde{\mu}_\eta - \tilde{\mu}_{\eta+1}}{\tilde{\mu}_\eta + \tilde{\mu}_{\eta+1}}; & \eta \neq M+1 \\ 1 & \eta = M+1; \quad r_{M+1} < \infty \\ 0 & \eta = M+1; \quad r_{M+1} = \infty \end{cases}$$

Решая системы уравнений (5), (7) и (6), (8) относительно $D_n^{(2)}$ и $d_n^{(2)}$, получим:

$$D_n^{(2)} = C_n^{(2)} e_{nl}^{(2)} L_{nl}^E; \quad d_n^{(2)} = c_n^{(2)} e_{nl}^{(2)} L_{nl}^H, \tag{10}$$

где коэффициенты L_{nl}^E и L_{nl}^H выражаются через $R_{nl}^{(\eta)}$, $K_{nl}^{(\eta)}$ и $e_{nl}^{(\eta)}$ ($M+1 \geq \eta \geq 2$) и удовлетворяют условиям $\lim_{n \rightarrow \infty} (L_{nl}^E - R_{nl}^{(2)}) = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} (L_{nl}^H - K_{nl}^{(2)}) = 0$. (Аналогично определяются через $C_n^{(2)}$ и $c_n^{(2)}$ амплитуды $D_n^{(1)}$, $C_n^{(1)}$, $d_n^{(1)}$ и $c_n^{(1)}$ для $M+1 \geq \eta \geq 3$).

В общем случае в равенствах (5)–(8), а следовательно, и в (10) появляются дополнительные члены, отображающие преобразование поляризации, а коэффициенты отражения f_{nl}^{E} , f_{nl}^H и поляризационного преобразования f_{nl}^{EH} , f_{nl}^{HE} будут определяться с помощью формул Френеля.

При этом ход дальнейших рассуждений не изменится, а только несколько усложнится вид коэффициентов задачи.

С помощью (10) поля во второй области ($0 > z > -r_2$), автоматически удовлетворяющие (совместно с полями третьей области) граничным условиям при $z = -r_2$, запишем так:

$$\begin{aligned} E_y^2 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n [e^{-i\gamma_{nl}^{(2)}z} + L_{nl}^E e^{i\gamma_{nl}^{(2)}(z+2r_2)}] e^{i\beta_n x} (e^{ih_l y} + e^{-ih_l y}); \\ H_y^2 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n [e^{-i\gamma_{nl}^{(2)}z} + L_{nl}^H e^{i\gamma_{nl}^{(2)}(z+2r_2)}] e^{i\beta_n x} (e^{ih_l y} - e^{-ih_l y}). \end{aligned} \quad (11)$$

Перепишем также поля в первой области

$$\begin{aligned} E_y^1 &= \{B e^{-i\gamma_{nl}^{(1)}z} (e^{i\beta_n x} - e^{-i\beta_n x}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i\gamma_{nl}^{(1)}z + i\beta_n x}\} (e^{ih_l y} + e^{-ih_l y}) \\ H_y^1 &= \{A e^{-i\gamma_{nl}^{(1)}z} (e^{i\beta_n x} + e^{-i\beta_n x}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\gamma_{nl}^{(1)}z + i\beta_n x}\} (e^{ih_l y} - e^{-ih_l y}) \end{aligned} \quad (12)$$

(здесь $A_n = D_n^{(1)}$; $a_n = d_n^{(1)}$; $C_n = C_n^{(2)}$, $c_n = c_n^{(2)}$).

Выражения для остальных компонент полей получаются с помощью равенств

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{i}{k_{\gamma}^2 - h_l^2} \left\{ \tilde{k}_{\varepsilon_{\gamma}} \frac{\partial E_y}{\partial z} + h_l \frac{\partial H_y}{\partial x} \right\}; \\ E_x &= \frac{i}{k_{\gamma}^2 - h_l^2} \left\{ h_l \frac{\partial E_y}{\partial x} - k_{\mu_{\gamma}} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right\}; \\ H_z &= \frac{i}{k_{\gamma}^2 - h_l^2} \left\{ -\tilde{k}_{\varepsilon_{\gamma}} \frac{\partial E_y}{\partial x} + h_l \frac{\partial H_y}{\partial z} \right\}; \\ E_z &= \frac{i}{k_{\gamma}^2 - h_l^2} \left\{ h_l \frac{\partial E_y}{\partial z} + k_{\mu_{\gamma}} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right\}; \quad k_{\gamma} = k \sqrt{\tilde{\varepsilon}_{\gamma} \tilde{\mu}_{\gamma}}, \end{aligned} \quad (13)$$

в неизвестные амплитуды в (11), (12) мы определим, удовлетворяя поля (11)—(13) граничным условиям, выполняющимся при $z = 0$ [2], [3]. Остальные амплитуды определяются с помощью (5), (6) по найденным значениям $C_n^{(2)}$, $c_n^{(2)}$.

Таким образом, рассматриваемая дифракционная задача (при любом количестве границ раздела за диафрагмой и любом условии на конце волновода) свелась к случаю, когда за диафрагмой находится отрезок волновода, заполненный средой с параметрами $\tilde{\varepsilon}_2$, $\tilde{\mu}_2$ и оканчивающийся (при $z = -r_2$) некоторой эквивалентной импедансной стенкой. Эта стенка каждую из набегающих на нее со стороны диафрагмы $(EH)_{nl}$ -волн отражает (без изменения поляризации и без преобразования в другие типы волн) с определенным коэффициентом отражения.

Все сказанное относится и к простейшему случаю $M = 1$, когда за диафрагмой расположен только один слой среды. В этом случае (в зависимости от условия на конце волновода) имеем:

$$L_{nl}^E = 0; \quad L_{nl}^H = 0 \quad (14a)$$

или

$$L_{nl}^E = -1; \quad L_{nl}^H = 1. \quad (14b)$$

В случае $M = 2$ соответственно выполняются равенства

$$L_{nl}^E = f_{nl}^{2,E}; \quad L_{nl}^H = f_{nl}^{2,H} \quad (15a)$$

или

$$\begin{aligned} L_{nl}^E &= f_{nl}^{2,E} \left\{ 1 - (e_{nl}^{(3)})^2 \frac{1 - (f_{nl}^{2,E})^2}{1 - (e_{nl}^{(3)})^2 f_{nl}^{2,E}} \right\}; \\ L_{nl}^H &= f_{nl}^{2,H} \left\{ 1 + (e_{nl}^{(3)})^2 \frac{1 - (f_{nl}^{2,H})^2}{1 + (e_{nl}^{(3)})^2 f_{nl}^{2,H}} \right\}. \end{aligned} \quad (15b)$$

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД ДИФРАКЦИОННЫХ СПЕКТРОВ

Не нарушая общности, положим $\tilde{\varepsilon}_1 = 1$, $\tilde{\mu}_1 = 1$ и произведем сшивание полей (11)–(13) при $z = 0$ (на щелях диафрагмы E_y , H_y , H_x , E_x должны быть непрерывны, а на лентах E_y и E_x равны нулю). При этом получаем соотношения:

$$\begin{aligned} B(\delta_{n-p} - \delta_{n+p}) + A_n &= C_n [1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2]; \\ A(\delta_{n-p} + \delta_{n+p}) - a_n &= c_n \frac{\tilde{\mu}_2 \gamma_{nl}^{(2)} k_2^2 - h_l^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h_l^2} [1 - L_{nl}^H (e_{nl})^2] - \\ &\quad - \frac{g_n h_l k_2^2 - k^2}{k \gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h_l^2} C_n [1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2] \end{aligned} \quad (16)$$

и

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ a_n \tilde{\varepsilon}_{n1} - \frac{g_n}{\gamma_{nl}^{(1)}} \xi_{n2}^l C_n [1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2] \right\} e^{i g_n x} + \\ + A(1 - \xi_{p1}^l) (e^{i g_p x} + e^{-i g_p x}) = 0; \quad x \in \text{Щ} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \gamma_{nl}^{(1)} e^{i g_n x} = \gamma_{pl}^{(1)} A (e^{i g_p x} + e^{-i g_p x}); \quad x \in \text{Л} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n [1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2] e^{i g_n x} = 0; \quad x \in \text{Л} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \gamma_{nl}^{(1)} \xi_{n3}^l C_n [1 - L_{nl}^E (e_{nl})^2] + g_n \Omega d_n \right\} e^{i g_n x} = \\ = (\gamma_{pl}^{(1)} B + g_p \Omega A) (e^{i g_p x} - e^{-i g_p x}), \quad x \in \text{Щ} \end{aligned} \quad (17)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} \xi_{n1}^l &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2}{\tilde{\mu}_2 \gamma_{nl}^{(2)} k_2^2 - h^2} \frac{1 + L_{nl}^H (e_{nl})^2}{1 - L_{nl}^H (e_{nl})^2} \right\}; \\ \xi_{n2}^l &= \frac{h}{2 \tilde{\mu}_2 k} \frac{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - k^2}{\gamma_{nl}^{(2)} k_2^2 - h^2} \frac{1 + L_{nl}^H (e_{nl})^2}{1 - L_{nl}^H (e_{nl})^2}; \\ \xi_{n3}^l &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tilde{\varepsilon}_2 \frac{\gamma_{nl}^{(2)} k_2^2 - h^2}{\gamma_{nl}^{(1)} k_2^2 - h^2} \frac{1 - L_{nl}^E (e_{nl})^2}{1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2} \right\}; \\ \Omega &= \frac{h k_2^2 - k^2}{2k k_2^2 - h^2} \end{aligned} \quad (18)$$

(индекс 2 у величин $e_{nl}^{(2)}$ и индекс l у h_l опущены). Кроме того, обозначим

$$\begin{aligned} \xi_{n4}^i &= \xi_{n3} + \left(\frac{g_n}{\gamma_{nl}^{(1)}}\right)^2 \xi_{n2}^i \frac{\Omega}{\xi_{n1}^i}; \\ \xi_{n5}^i &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma_{nl}^{(1)}}{\gamma_{nl}^{(2)}} \frac{1 + L_{nl}^H(e_{nl})^2}{1 - L_{nl}^H(e_{nl})^2}\right); \\ \Omega_1 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu_2} \frac{k_2^2 - h^2}{k^2 - h^2}\right); \quad \Omega_2 = \frac{h}{2\mu_2 k} \frac{k_2^2 - h^2}{k^2 - h^2}; \\ \Omega_3 &= \frac{1}{2} \left(1 + \tilde{\varepsilon}_2 \frac{k^2 - h^2}{k_2^2 - h^2}\right); \quad \Omega_4 = \Omega_2 - \frac{\Omega \Omega_2}{\Omega_1}; \\ \xi &= \Omega_1 \Omega_4 = \frac{1}{4} (1 + \tilde{\varepsilon}_2) \left(1 + \frac{1}{\mu_2}\right), \end{aligned} \quad (19)$$

а также

$$\begin{aligned} x_n &= C_n [1 + L_{nl}^E(e_{nl})^2]; \\ y_n &= a_n \xi_{n1}^i - \frac{g_n}{\gamma_{nl}^{(1)}} \xi_{n2}^i C_n [1 + L_{nl}^E(e_{nl})^2] + A(1 - \xi_{p1}^i)(\delta_{n-p} + \delta_{n+p}); \\ \zeta_{nl}^H &= |n| + i \frac{x}{k} \gamma_{nl}^{(1)} \frac{\Omega_1}{\xi_{n1}^i}; \quad \zeta_{nl}^E = |n| + i \frac{x}{k} \gamma_{nl}^{(1)} \frac{\xi_{n4}^i}{\Omega_4}; \\ x &= \frac{2a}{\lambda}; \quad \zeta_{nl} = -i \frac{\Omega}{\xi_{n1}^i} \left(\frac{1}{\xi_{n1}^i} - \frac{1}{\Omega}\right) n; \\ -\frac{1}{\xi} \zeta_{nl} &= -i \Omega_1 \left(\frac{\xi_{n2}^i}{\xi_{n1}^i} - \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right) n = -i \frac{n}{\xi} \Omega \Omega_1 \frac{1 - \xi_{n5}^i}{\xi_{n1}^i}. \end{aligned} \quad (21)$$

В этих обозначениях уравнения (17) переписутся так:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n e^{i\xi n x} &= 0; \quad x \in \mathbb{I} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ y_n \frac{x}{k} \gamma_{nl}^{(1)} \frac{1}{\xi_{n1}^i} + x_n n \frac{\xi_{n2}^i}{\xi_{n1}^i} \right\} e^{i\xi n x} &= \frac{x}{k} \gamma_{p1}^{(1)} A \frac{1}{\xi_{p1}^i} (e^{i\xi p x} + e^{-i\xi p x}); \quad x \in \mathbb{L} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{i\xi n x} &= 0; \quad x \in \mathbb{L} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ y_n n \frac{\Omega}{\xi_{n1}^i} + \frac{x}{k} \gamma_{nl}^{(1)} \xi_{n4}^i x_n \right\} e^{i\xi n x} &= \left(\frac{x}{k} \gamma_{p1}^{(1)} B + p \frac{\Omega}{\xi_{p1}^i} A\right) (e^{i\xi p x} - e^{-i\xi p x}) \quad x \in \mathbb{I} \end{aligned} \quad (22)$$

или после дополнительных преобразований

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n e^{i\xi n x} = 0 & x \in \mathbb{I} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n |n| e^{i\xi n x} = J^H(e^{i\xi, x}), & x \in \mathbb{L} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{i\xi n x} = 0 & x \in \mathbb{I} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |n| e^{i\xi n x} = J^E(e^{i\xi, x}), & x \in \mathbb{L} \end{cases} \quad (24)$$

где

$$J^H(e^{i\xi_1 x}) = -i \frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} \frac{\Omega}{\xi_{pl}'} A (e^{i\xi_0 x} + e^{-i\xi_0 x}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ y_n \zeta_{nl}^H - \frac{1}{\xi} x_n \zeta_{nl}' \right\} e^{i\xi_n x}; \quad (25)$$

$$J^E(e^{i\xi_1 x}) = -i \frac{\Omega_1}{\xi} \left(\frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} B + \rho \frac{\Omega}{\xi_{pl}'} A \right) (e^{i\xi_0 x} - e^{-i\xi_0 x}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ y_n \zeta_{nl} + x_n \zeta_{nl}^E \} e^{i\xi_n x}. \quad (26)$$

Заметим, что при отсутствии ограничения $\tilde{\epsilon}_n \tilde{\mu}_n = \text{const}$ получаются уравнения, отличающиеся от (23)–(26) лишь коэффициентами при A и B и заменой формул (20) и (21), определяющих x_n , y_n , ζ_{nl}^E , ζ_{nl}^H , ζ_{nl} , ζ_{nl}' , на более сложные соотношения.

Уравнения (23) эквивалентны задаче Римана — Гильберта для функции

$$y(z) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n n z^n & |z| < 0 \\ - \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n n z^n & |z| > 0 \end{cases}$$

аналитической в плоскости z с разрезом по контуру L , определенному в [1].

Решая краевую задачу, получим для коэффициентов Фурье y_n функции $y(z)$ систему (пока незамкнутую) линейных алгебраических уравнений:

$$m y_m = (\rho - \zeta_{pl}^H) A (\bar{V}_m^{\rho} - \bar{V}_m^{-\rho}) + \sum_{n=0}^{\infty} (y_n \zeta_{nl}^H + x_n \zeta_{nl}) (\bar{V}_m^n + \delta_n \bar{V}_m^{-n}) + \sum_{k=1}^t \lambda_k \bar{R}_{m-k+1}; \quad m \geq 0 \quad (27)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n e^{i n \bar{\varphi}_k} = 0; \quad k = 1, \dots, t \quad (27')$$

Аналогично из (24) найдем систему алгебраических уравнений:

$$m x_m = -i \frac{\Omega_1}{\xi} \left(\frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} B + \rho \frac{\Omega}{\xi_{pl}'} A \right) (V_m^{\rho} - V_m^{-\rho}) + \sum_{n=1}^{\infty} (y_n \zeta_{nl} + x_n \zeta_{nl}^E) (V_m^n - V_m^{-n}) + \sum_{k=1}^t \lambda_k R_{m-k+1}; \quad m > 0 \quad (28)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{i n \varphi_k} = 0. \quad k = 1, \dots, t \quad (28')$$

Коэффициенты V_m^n , R_m , φ_k , \bar{V}_m^n , \bar{R}_m , $\bar{\varphi}_k$, зависящие от геометрических параметров диафрагмы, определены в [1].

Уравнения (27) и (28) вместе образуют замкнутую квазирегулярную систему. Эта бесконечная система может быть разрешена методом редукции.

Заметим, что коэффициенты матрицы этой системы не зависят от ρ , что облегчает расчеты на ЭВМ для разных значений ρ одновременно.

Мы рассмотрим еще случаи, когда решения для волн разных поляризацій независимы.

Если комплексные показатели преломления среды перед диафрагмой и в первом слое за диафрагмой равны ($\tilde{\varepsilon}_2 \tilde{\mu}_2 = 1$) (на остальные параметры ограничений не накладывается), то из (18)–(21) имеем:

$$\begin{aligned} \xi'_{n1} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\tilde{\mu}_2} \frac{1 + L_{nl}^H (e_{nl})^2}{1 - L_{nl}^H (e_{nl})^2} \right\}; \\ \xi'_{n3} = \frac{z'}{z_4} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tilde{\varepsilon}_2 \frac{1 - L_{nl}^E (e_{nl})^2}{1 + L_{nl}^E (e_{nl})^2} \right\}; \\ \Omega &= \Omega_2 = \xi'_{n2} = 0; \quad \zeta_{nl} = 0; \\ \Omega_1 = \Omega_3 = \Omega_4 &= \frac{1 + \tilde{\varepsilon}_2}{2} = \frac{1 + \frac{1}{\tilde{\mu}_2}}{2}; \\ y_n &= a_n \xi'_{n1} + A(1 - \xi'_{p1})(\delta_{n-p} + \delta_{n+p}), \end{aligned} \quad (29)$$

что приводит к замене (27) и (28) на две независимые системы

$$\begin{aligned} my_m &= -i \frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} \frac{1 + \tilde{\varepsilon}_2}{2} A (\bar{V}_m^p + \bar{V}_m^{-p}) + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi'_{n1} \gamma_{nl}^H (\bar{V}_m^n + \delta_n \bar{V}_m^{-n}) + \\ &+ \sum_{k=1}^l \bar{\lambda}_k \bar{R}_{m-k+1} \quad m > 0 \end{aligned} \quad (30)$$

и

$$\begin{aligned} mx_m &= -i \frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} \frac{2}{1 + \frac{1}{\tilde{\mu}_2}} (V_m^p - V_m^{-p}) B + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} x_n \gamma_{nl}^E (V_m^n - V_m^{-n}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k R_{m-k+1}. \quad m > 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Все коэффициенты в (30) и (31), зависящие от l , выражаются через параметр $x' = \frac{x}{k} \gamma_{pl}^{(1)} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{a}{b} l\right)^2}$. Поэтому зависимость решения систем (30), (27) и (31), (28) от x' тождественна для случая разных l , т. е. в этом случае численные расчеты достаточно произвести только для $E_{p,0}^y$ - и $H_{p,0}^z$ -волн.

В общем случае для каждого значения l требуются свои расчеты.

Если слой, расположенный за диафрагмой, единственный и простирается до $z = \infty$, то L_{nl}^E и L_{nl}^H обращаются в нуль, а уравнения (30), (31) еще более упрощаются. Если при этом еще $\tilde{\varepsilon}_2 = 1$, $\tilde{\mu}_2 = 1$, то получим уравнения, совпадающие с системами (9), (11) и (22) работы [1].

Рассмотрим также случай, когда l равно нулю ($\tilde{\varepsilon}_2$ и $\tilde{\mu}_2$ — произвольны). Тогда из (18)–(21) имеем:

$$\begin{aligned} \xi_{n1}^0 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tilde{\varepsilon}_2 \frac{\gamma_{n0}^{(1)} \frac{1 + L_{n0}^H (e_{n0})^2}{\gamma_{n0}^{(2)} \frac{1 - L_{n0}^H (e_{n0})^2}{1 + L_{n0}^H (e_{n0})^2}} \right\}; \\ \xi_{n3}^0 = \frac{z_0}{z_4} &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\tilde{\mu}_2} \frac{\gamma_{n0}^{(2)} \frac{1 - L_{n0}^E (e_{n0})^2}{\gamma_{n0}^{(1)} \frac{1 + L_{n0}^E (e_{n0})^2}{1 + L_{n0}^E (e_{n0})^2}} \right\}; \end{aligned}$$

$$\Omega = \Omega_2 = \xi_{n2}^0 = 0; \quad \zeta_{n0} = 0; \quad \Omega_1 = \frac{1 + \tilde{\xi}_2}{2}; \quad (32)$$

$$\Omega_3 = \Omega_4 = \frac{1 + \frac{1}{\tilde{\xi}_2}}{2} \neq \Omega_1;$$

$$y_n = a_n \xi_{n1}^0 + A(1 - \xi_{n1}^0)(\delta_{n-p} + \delta_{n+p})$$

и из (28) получим систему, отличающуюся от (31) лишь заменой обозначений (29) на (32) и определяющую решение для E_{n0}^y -волн. Коэффициенты полученной системы не зависят от b (поперечный размер волновода в направлении, параллельном щелям диафрагмы).

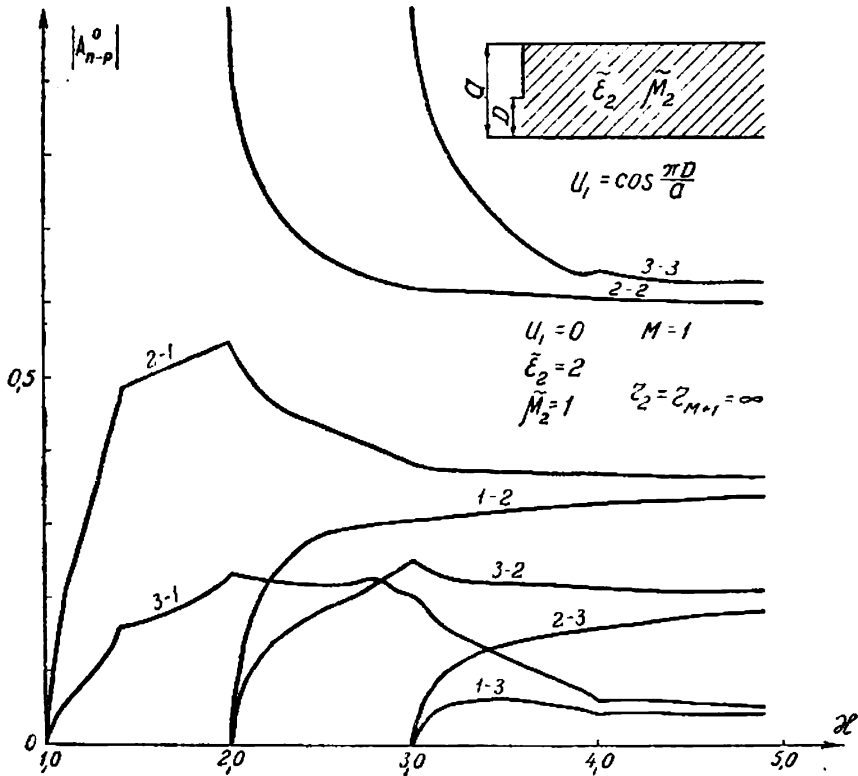


Рис. 2. Зависимость от x модулей взаимных коэффициентов преобразования (волны E_{p0}^y в волну E_{n0}^y) для трех первых гармоник отраженного поля.

Аналогичная система, совпадающая по форме с (30), получается при $l = 0$ из (27). Однако H_{n0}^y -волны не могут существовать в прямоугольном волноводе (составляющая H^y дифракционных полей (1)–(3) автоматически обращается в нуль при $l = 0$, благодаря множителю $(e^{ih_l y} - e^{-ih_l y})$). Таким образом, решение системы (27), (30), (32) имеет иной смысл.

Результаты численного расчета

Решение окончательных систем алгебраических уравнений для различного количества слов и различных видов диафрагм проведено на ЭВМ (для $p = 1, 2, 3$). Точность расчетов контролировалась программой

вычислений с помощью проверки выполнения закона сохранения энергии. В данном случае

$$S_{\text{пад}} = S_{\text{изл}} + P^n, \quad (33)$$

где $S_{\text{пад}}$ — поток мощности первичной волны, набегающей на неоднородность;

$S_{\text{изл}}$ — сумма потоков мощности, уходящих от неоднородности на бесконечность,

P^n — сумма магнитодиэлектрических потерь во внутренних областях.

Аналитические выражения энергетических величин через найденные из (27), (28) амплитуды спектров получаются с помощью (1)—(3), (13).

Здесь представлены некоторые из численных результатов.

Простейшей системой является вариант $M=1$ неоднородности (рис. 1 а). В случае $\tilde{\epsilon}_2 = \tilde{\epsilon}_1 = 1$, $\tilde{\mu}_2 = \tilde{\mu}_1 = 1$ он совпадает с системой, исследованной в [1]. Кривые зависимости амплитуд от x для такой нагрузки (рисунки 2, 3) изрезаны сильнее соответствующих кривых [1]. Это объясняется тем, что при $\epsilon_2 \mu_2 \neq \epsilon_1 \mu_1$ критические частоты каждой из дифракционных волн разные в областях $z > 0$ и $z < 0$. В соответствии с этим появляется большее количество точек, в которых указанные выше кривые имеют (в случае вещественного $\tilde{\epsilon}_2 \tilde{\mu}_2$) излом (разрыв непрерывности производной). На рис. 2, 3 это точки $x = 1, 2, 3, \dots$ и $x \sqrt{2} = 1, 2, 3, \dots$. При наличии потерь во второй области ($\text{Im}\{\tilde{\epsilon}_2 \tilde{\mu}_2\} \neq 0$), изломы, соответствующие волнам этой области, сглаживаются.

В случае более сложных неоднородностей кривые зависимости от x приобретают дополнительную осцилляцию, вызванную резонансами волн, возбужденных во внутренних областях (рисунки 4, 5, 6). При наличии потерь в средах эти осцилляции сглаживаются.

Обращаем также внимание на следующие явления. Пусть в системе (рис. 1 б) дифрагирует $E_{p,0}^y$ -волна. Если в средах отсутствуют потери, то для всех n

$$|L_{n,0}^E(e_{n,0}^{(2)})^2| = 1. \quad (34)$$

Заметим, что в этом случае при $x < 2$ модуль коэффициента отражения $E_{1,0}^y$ -волны равен единице (рисунки 4, 5). Тогда при некоторых значениях x имеем

$$L_{p,0}^E(e_{p,0}^{(2)})^2 = -1.$$

При этом коэффициенты преобразования $E_{p,0}^y$ -волны во все остальные $E_{n,0}^y$ -волны равны нулю ($A_n, C_n^{(v)}, D_n^{(v)} = 0, n \neq p$); собственный коэффициент отражения равен минус единице (рис. 4: $x = \sqrt{5}, \sqrt{17}$; рис. 5: $x = \sqrt{\frac{17}{2}}, \sqrt{\frac{37}{2}}$) и в плоскости диафрагмы образуется узел составляющей поля E_y .

Если же при данном x

$$L_{k,0}^E(e_{k,0}^{(2)})^2 = -1; k \neq p$$

то в нуль обращается только A_k . При этом, если $p = 1, k = 2$ (или $p = 2, k = 2$) и $x < 3$ (другие волны не распространяются), то, в силу закона сохранения энергии, модуль коэффициента отражения $|A_p|$ равен единице (рис. 4: $x = \sqrt{8}$; рис. 5: $x = \sqrt{\frac{20}{2}}$).

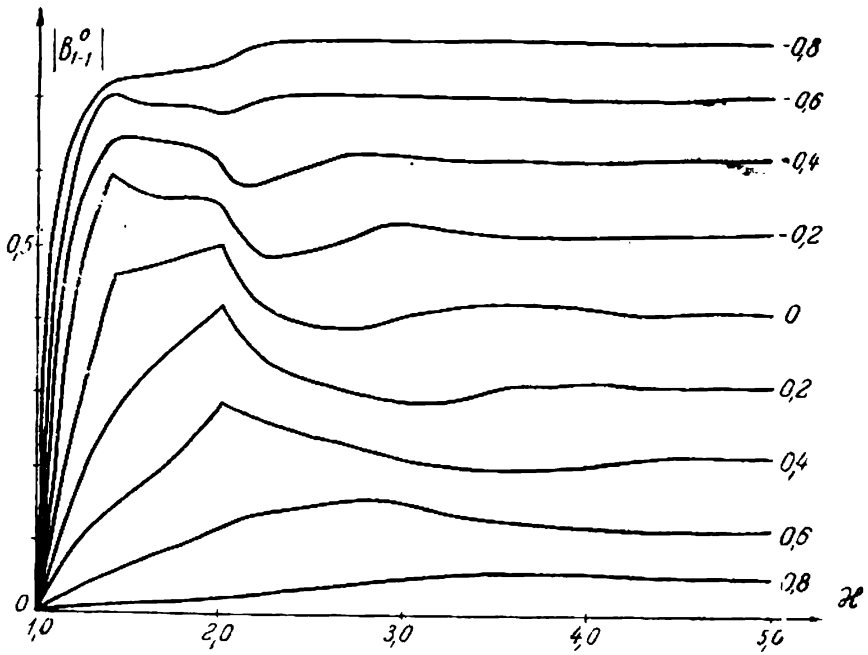
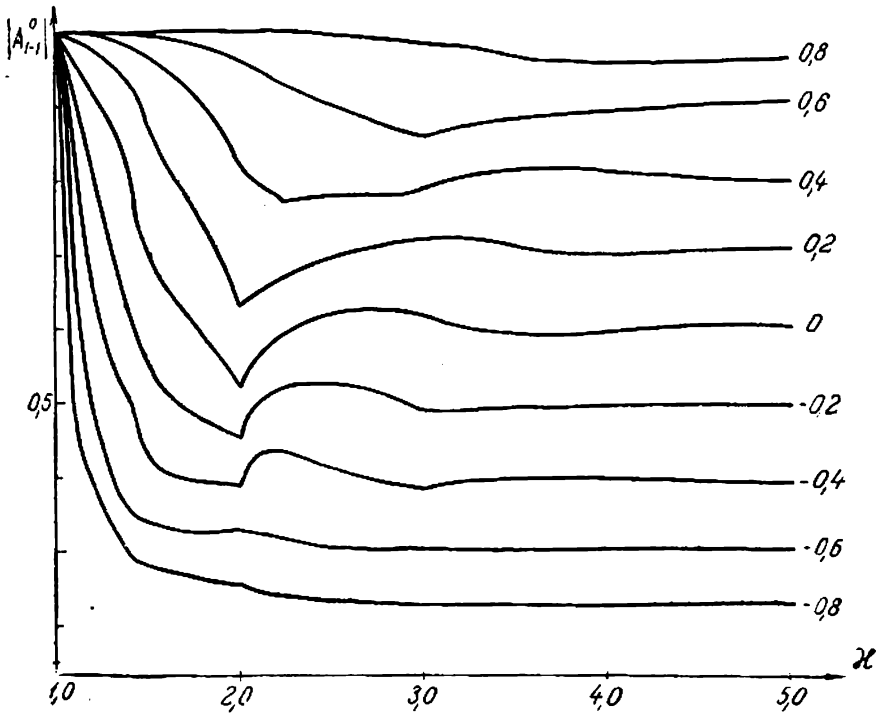


Рис. 3. Зависимость от x и u_1 модулей коэффициентов отражения и прохождения $L_{1,0}^u$ волны (неоднородность та же, что и на рис. 2).

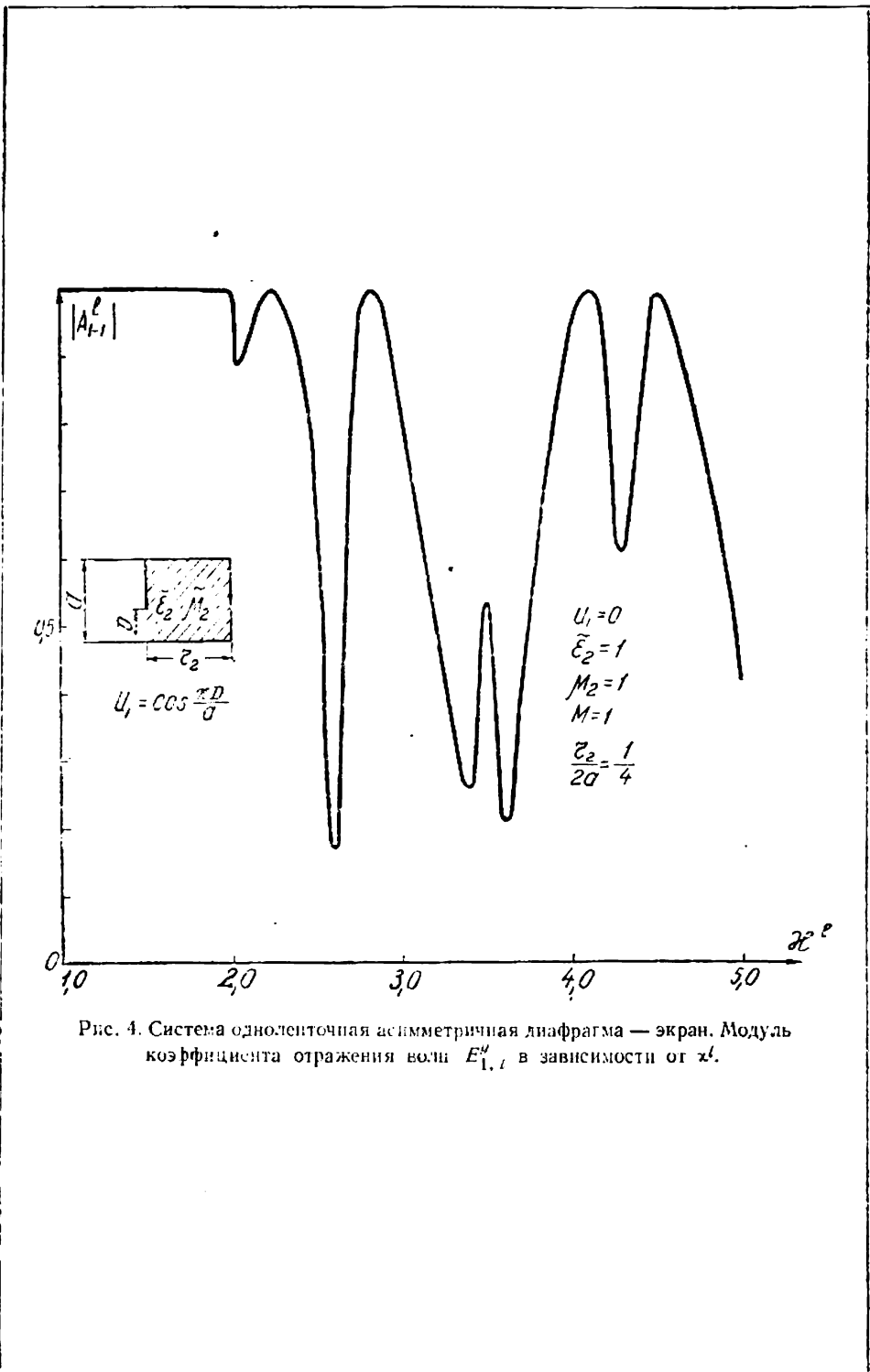


Рис. 4. Система одноленточная асимметричная диафрагма — экран. Модуль коэффициента отражения волны $E_{1,l}^y$ в зависимости от x^l .

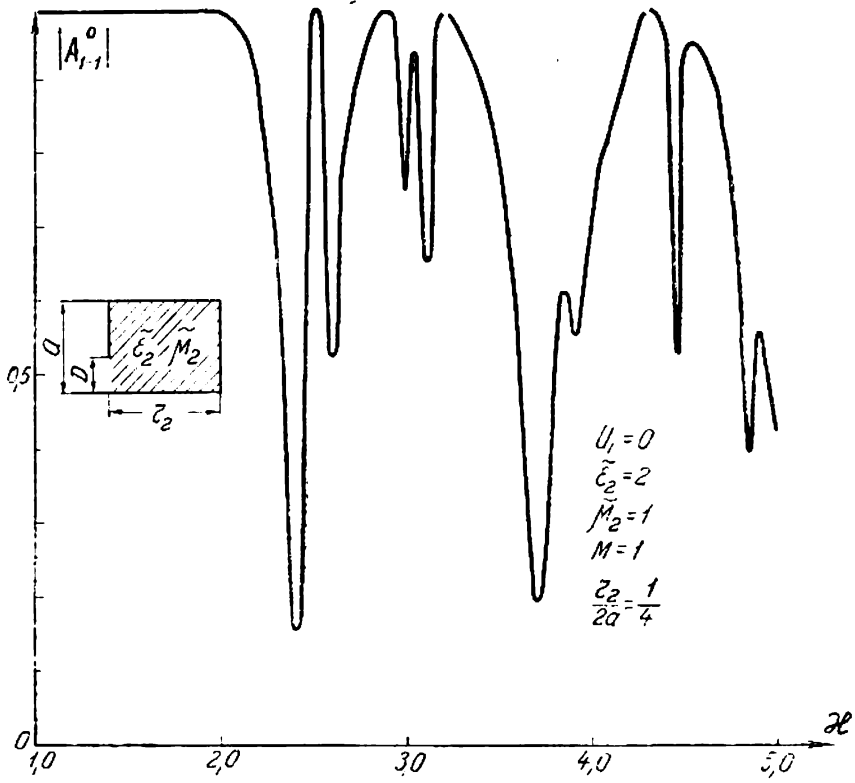


Рис. 5. Модуль коэффициента отражения волны $E_{1,0}^H$ в зависимости от z/a .

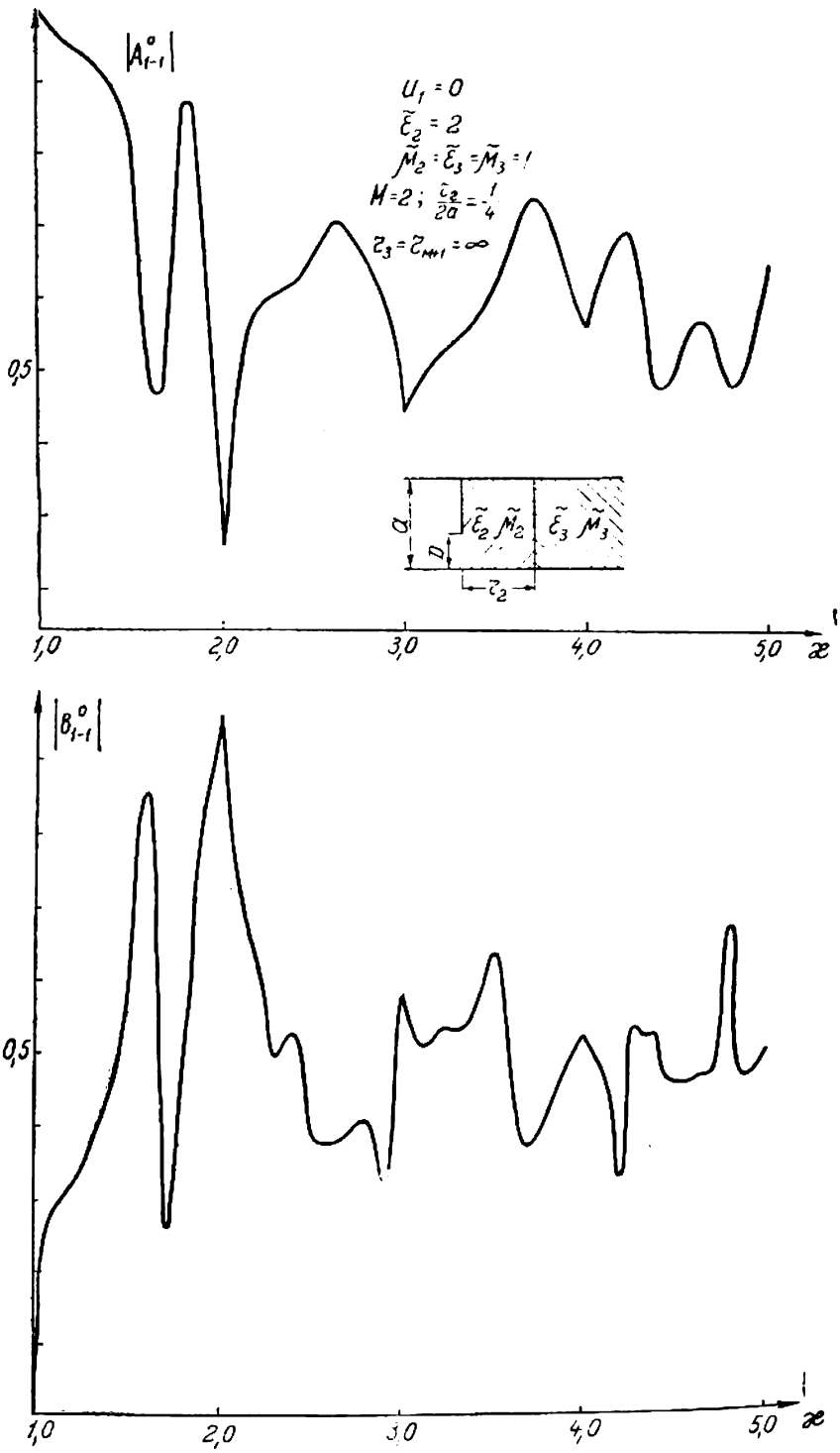


Рис. 6. Зависимость от x модулей коэффициентов отражения и прохождения $E_{1,0}^y$ волны.

При $l \neq 0$ (из-за преобразования в волны другой поляризации) описанные выше закономерности не наблюдаются.

В заключение отметим, что с помощью леммы о пропорциональности изменения $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$ во всем пространстве [4] результаты данной работы обобщаются на случай $\tilde{\epsilon}_1 \neq 1$; $\tilde{\mu}_1 \neq 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Шестопапов, В. В. Щербак. «Радиотехника и электроника», т. XI, 4, 1966.
2. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопапов. ЖТФ, XXXII, в. 4, 1962.
3. А. И. Адонина, В. В. Щербак. ЖТФ, XXXIV, в. 1, 1964.
4. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны, М., изд-во «Сов радио», 1957.

391263