

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПЛОСКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ С АНИЗОТРОПНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

*В. А. Барегамян*

1. Как известно, анизотропные среды можно характеризовать тензорами диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ik}$  и магнитной —  $\hat{\mu}_{ik}$ , и связь между индукциями и напряженностями полей электромагнитных волн выражается формулой

$$\left. \begin{aligned} D_i &= \hat{\epsilon}_{ik} E_k \\ B_i &= \hat{\mu}_{ik} H_k \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Обычно встречаются преимущественно среды с сильно выраженными магнитными (ферриты) или электрическими свойствами (кристаллы, плазма). В дальнейшем мы будем рассматривать последние. Таким образом, для диэлектрической анизотропной среды имеем

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \epsilon_{11} E_x + \epsilon_{12} E_y + \epsilon_{13} E_z, \\ D_y &= \epsilon_{21} E_x + \epsilon_{22} E_y + \epsilon_{23} E_z, \\ D_z &= \epsilon_{31} E_x + \epsilon_{32} E_y + \epsilon_{33} E_z, \\ \vec{B} &= \vec{H}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Известно, что при определенном выборе систем координат тензор диэлектрической проницаемости принимает диагональный вид:

$$\hat{\epsilon}_{ik} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

т. е. свойства среды характеризуются тремя главными коэффициентами. В случае равенства двух из них ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_3 = \epsilon_z$ ) анизотропная среда (кристалл) является одноосной.

Отметим, что при распространении в анизотропной среде плоские электромагнитные волны полностью линейно поляризованы в определенных плоскостях, за исключением оптических осей.

В настоящей работе строго решена задача о дифракции электромагнитных волн на металлической решетке, распложенной на полубесконечной диэлектрической анизотропной среде, являющейся одноосным кристаллом. Эта задача представляет значительный интерес не только в теории дифракции, но и при исследовании распространения электромагнитных волн в периодических структурах цилиндрического типа. Кроме того, она может быть использована для изучения черенковского излучения частиц.

2. На металлическую решетку, состоящую из периодически расположенных лент с шириной  $l - d$  ( $l$  — период решетки) падает в плоскости  $yoz$  плоская электромагнитная волна произвольной поляризации под любым углом. Решетка расположена в плоскости двух сред  $xoy$ . Ленты решетки параллельны оси  $ox$ . Первая среда является изотропным диэлектриком с показателем преломления  $n_1 = \sqrt{\epsilon}$  и расположена в полу-

пространстве  $z > 0$ ; вторая среда является анизотропным диэлектриком, заполняющим пространство  $z < 0$  (рис. 1).

В работе предполагается, что анизотропный диэлектрик является одноосным кристаллом с  $\epsilon_0$   $\epsilon$  и  $\epsilon_e$ . Оси координатной системы выбраны так, что ось кристалла параллельна оси  $oz$ . В данном случае волновые нормали падающей, отраженной, обыкновенной и необыкновенной волн остаются в плоскости падения (плоскость  $yoz$ ).

Предположим, что падает волна с амплитудами

$$\begin{aligned} \vec{E} &= A\vec{a} + B[\vec{n}\vec{a}], \\ \vec{H} &= A[\vec{m}\vec{a}] - Bn_1\vec{a}, \end{aligned} \tag{4}$$

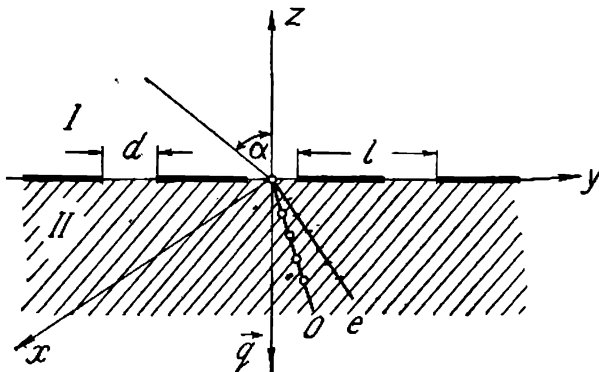


Рис. 1.

т. е., как видно из записи полей, векторы разложены на составляющие по направлению вектора  $\vec{a}$  и перпендикулярно к нему;  $\vec{a}$  — постоянный вектор, определяемый формулой

$$\vec{a} = [\vec{m}\vec{q}] = [\vec{m}'\vec{q}] = [\vec{m}_0\vec{q}] = [\vec{m}_e\vec{q}], \tag{5}$$

где  $\vec{q}(0, 0, -1)$  — нормаль к границе раздела двух сред, а  $\vec{m}$ ,  $\vec{m}'$ ,  $\vec{m}_0$ ,  $\vec{m}_e$  — векторы рефракции падающей, отраженной, обыкновенной и необыкновенной волн соответственно [4].

Чтобы получить падающую волну единичной амплитуды, обозначим

$$\begin{aligned} aA &= \cos \psi, \\ aB &= \sin \psi, \end{aligned} \tag{6}$$

тогда в новых обозначениях падающая волна имеет вид

$$\begin{cases} E_x = -\cos \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)} \\ E_y = \cos \alpha \sin \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)} \\ E_z = \sin \alpha \sin \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)} \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = n_1 \sin \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)} \\ H_y = n_1 \cos \alpha \cos \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)} \\ H_z = n_1 \sin \alpha \cos \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0y)}, \end{cases} \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned} h_0 &= n_1 k_0 \sin \alpha, \\ \gamma_{01} &= n_1 k_0 \cos \alpha \end{aligned} \tag{8}$$

( $\alpha$  — угол падения, а временной множитель  $e^{-i\omega t}$  опущен).

Требуется определить поле, возникшее в результате дифракции этой волны (7) на решетке с анизотропным безграничным диэлектриком, запол-

няющим пространство  $z < 0$ . Так как решетка однородна вдоль направления  $ox$ , то искомые поля не будут зависеть от  $x$ . Они будут периодическими по направлению  $oy$ , т. е. постоянные распространения по оси  $oy$  можно представить в виде

$$h_{ni} = h_{0i} + \frac{2\pi n}{l}. \quad (9)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Индекс  $i$  относится к разным волнам. Можно показать, что все  $h_{0i}$  равны между собой; тогда в дальнейшем можем опустить индекс  $i$ .

Воспользовавшись периодичностью решетки по направлению  $oy$ , разложим возникшие в результате дифракции составляющие полей в ряды Фурье. Эти ряды имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{для отраженной волны } E_x &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i(\gamma_{n1}z + h_{n1}y)}, \\ H_x &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i(\gamma_{n1}z + h_{n1}y)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{для обыкновенной волны } E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i(-\gamma_{n20}z + h_{n1}y)},$$

$$\text{для необыкновенной волны } H_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{i(-\gamma_{n2e}z + h_{n1}y)}.$$

Остальные составляющие отраженных и прошедших волн получим из уравнений Максвелла, записанных отдельно для каждой волны. Они имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{для отраженной волны } E_y &= - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n1}}{k_0 \epsilon} c_n e^{i(\gamma_{n1}z + h_{n1}y)}, \\ H_y &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n1}}{k_0} a_n e^{i(\gamma_{n1}z + h_{n1}y)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{для обыкновенной волны } H_y = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n20}}{k_0} b_n e^{i(-\gamma_{n20}z + h_{n1}y)},$$

$$\text{для необыкновенной волны } E_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n2e}}{k_0 \epsilon_0} d_n e^{i(\gamma_{n2e}z + h_{n1}y)}.$$

В формулах (10) и (11)  $\gamma_{n1}$ ,  $\gamma_{n20}$  и  $\gamma_{n2e}$  определяются из решения волновых уравнений, написанных отдельно для отраженной, обыкновенной и необыкновенной волны соответственно, т. е.

$$\begin{aligned} \gamma_{n1} &= \frac{2\pi}{l} \sqrt{\epsilon x^2 - (n_1 x \sin \alpha + n)^2}, \\ \gamma_{n20} &= \frac{2\pi}{l} \sqrt{\epsilon_0 x^2 - (n_1 x \sin \alpha + n)^2}, \\ \gamma_{n2e} &= \frac{2\pi}{l} \sqrt{\epsilon_0 x^2 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} (n_1 x \sin \alpha + n)^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $x = \frac{l}{\lambda}$ .

Под значением корня в выражениях (12) понимаем те значения, которые дают затухающие волны в бесконечности или распространяющиеся от решетки в бесконечность.

3. Коэффициенты в выражениях (10) можем найти, используя граничные условия, т. е. равенство нулю тангенциальных составляющих электрического поля на металлических лентах, непрерывность тангенциальных составляющих магнитного поля и непрерывность тангенциальных составляющих электрического поля на щелях.

Использование граничных условий приводит к следующим двум системам уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\cos \psi + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} \\ n_1 \cos \alpha \cos \psi + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n1}}{k_0} a_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n20}}{k_0} b_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} \quad (\text{на щелях}), \\ -\cos \psi + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad (\text{на металле}) \end{array} \right. \quad (13)$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha \sin \psi - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n1}}{k_0 \epsilon} c_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n2e}}{k_0 \epsilon_0} d_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} \\ n_1 \sin \psi + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} \quad (\text{на щелях}), \\ \cos \alpha \sin \psi - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n1}}{k_0 \epsilon} c_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{n2e}}{k_0 \epsilon_0} d_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad (\text{на металле}). \end{array} \right. \quad (14)$$

В обеих системах первое и третье уравнения совпадают при всех значениях  $y$ , поэтому их коэффициенты должны тождественно совпадать, т. е. имеем

$$\begin{aligned} -\cos \psi + a_0 &= b_0; \quad a_n = b_n; \quad (n \neq 0) \\ n_1 \sin \psi - c_0 &= \frac{\epsilon \gamma_{02e}}{\epsilon_0 \gamma_{01}} d_0; \quad c_n = -\frac{\epsilon \gamma_{n2e}}{\epsilon_0 \gamma_{n1}} d_n. \quad (n \neq 0) \end{aligned} \quad (15)$$

Это позволяет получить следующие системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\gamma_{n1} + \gamma_{n20}) b_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = -2n_1 k_0 \cos \alpha \cos \psi \quad (\text{на щелях}), \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad (\text{на металле}) \end{array} \right. \quad (16)$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( 1 + \frac{\epsilon \gamma_{n2e}}{\epsilon_0 \gamma_{n1}} \right) d_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 2n_1 \sin \psi \quad (\text{на щелях}) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{n2e} d_n e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad (\text{на металле}). \end{array} \right. \quad (17)$$

Системы уравнений (16) и (17), как известно, приводятся к задаче Римана—Гильберта, решение которой впервые получено и детально разработано в [1].

4. Приведем решение уравнений (16), (17). Для этого обозначим

$$\xi_n^E = 1 + \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon x^2}{(n_1 x \sin \alpha + n)^2} - 1} + \sqrt{\frac{\epsilon_0 x^2}{(n_1 x \sin \alpha + n)^2} - 1} \right\}, \quad (18)$$

$$x_n = b_n (n_1 x \sin \alpha + n), \quad \varphi = \frac{2\pi y}{l}$$

( $\xi_n^E \rightarrow 0$  как  $\frac{1}{n^2}$  при  $n \rightarrow \infty$ ).

Система уравнений (16) теперь принимает вид

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n_1 x \sin \alpha + n|}{n x \sin \alpha + n} x_n e^{in\varphi} = i n_1 x \cos \alpha \cos \psi + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n_1 x \sin \alpha + n|}{n_1 x \sin \alpha + n} \xi_n^E x_n e^{in\varphi} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\varphi} = 0 \quad (\text{на металле}). \end{cases} \quad (19)$$

(на щелях),

К системе (19) необходимо добавить еще одно уравнение, которое получается из первого уравнения (16) при  $y = \frac{l}{2}$ :

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \frac{x_m}{n_1 x \sin \alpha + m} = 0. \quad (20)$$

Опуская промежуточные преобразования (19) [7], получим решение в окончательном виде:

$$\begin{aligned} \bar{R}_\epsilon x_m = i n_1 x \cos \alpha \cos \psi [\bar{R}_\epsilon V_m^0 - R_m \bar{V}_\sigma^0] - 2 \sum_{n=-1}^{-l} x_n [\bar{R}_\epsilon V_m^n - R_m \bar{V}_\sigma^n] + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n_1 x \sin \alpha + n|}{n_1 x \sin \alpha + n} x_n \xi_n^E [\bar{R}_\epsilon V_m^n - R_m \bar{V}_\sigma^n], \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\bar{R}_\epsilon$ ,  $\bar{V}_\sigma^n$ ,  $R_m$  и  $V_m^n$  имеют аргумент  $u = \cos \theta = \cos \frac{\pi d}{l}$ , а

$$\bar{R}_\epsilon = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \frac{R_m}{n_1 x \sin \alpha + m}; \quad \bar{V}_\sigma^n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \frac{V_m^n}{n_1 x \sin \alpha + m}. \quad (22)$$

Коэффициенты  $R_m$  и  $V_m^n$  имеют те же значения, что и в работе [1]. Решение системы (17) производим по аналогии с решением системы (16). Обозначим

$$\xi_n^E = 1 + i \frac{\epsilon + \sqrt{\epsilon_0 \epsilon}}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\gamma_{n2e}}{(n_1 x \sin \alpha + n) \left(1 + \frac{\epsilon \gamma_{n2e}}{\epsilon_0 \gamma_{n1}}\right)}; \quad (23)$$

$$x_n = (n_1 x \sin \alpha + n) \left(1 + \frac{\epsilon \gamma_{n2e}}{\epsilon_0 \gamma_{n1}}\right) d_n, \quad \varphi = \frac{2\pi}{l} y;$$

тогда вместо (17) получаем

$$\begin{aligned} \bar{R}_\sigma X_m = & -2\epsilon x \sin \alpha \sin \psi [\bar{R}_\sigma V_m^0 - R_m \bar{V}_\sigma^0] - 2 \sum_{n=-1}^{-l} x_n [\bar{R}_\sigma V_m^n - R_m \bar{V}_\sigma^n] + \\ & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n_1 x \sin \alpha + n|}{n_1 x \sin \alpha + n} x_n \xi_n^H [\bar{R}_\sigma V_m^n - R_m \bar{V}_\sigma^n], \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

где  $X_0 = x_0 - 2\epsilon x \sin \alpha \sin \psi$ ;  $X_m = x_m$ ,  $m \neq 0$ .

Здесь коэффициенты  $\bar{R}_\sigma$ ,  $\bar{V}_\sigma^n$ ,  $R_m$ ,  $V_m^n$  имеют аргумент

$$v = \cos(\pi - \theta) = \cos \frac{\pi(l-d)}{l} = -\cos \theta.$$

5. Для нахождения коэффициентов отражения (прохождения) обыкновенных и необыкновенных волн в длинноволновом приближении ( $x \ll 1$ ) достаточно взять системы уравнений (21) и (24) при  $m = 0$  соответственно:

$$x_0 \bar{R}_\sigma = i n_1 x \cos \alpha \cos \psi [\bar{R}_\sigma V_0^0 - R_0 \bar{V}_\sigma^0] + x_0 \xi_0^E [\bar{R}_\sigma V_0^0 - R_0 \bar{V}_\sigma^0], \quad (25)$$

$$X_0 \bar{R}_\sigma = -2\epsilon x \sin \alpha \sin \psi [\bar{R}_\sigma V_0^0 - R_0 \bar{V}_\sigma^0] + x_0 \xi_0^H [\bar{R}_\sigma V_0^0 - R_0 \bar{V}_\sigma^0], \quad (26)$$

где  $X_0 = x_0 - 2\epsilon x \sin \alpha \sin \psi$ .

Заметим, что коэффициенты  $\bar{R}_\sigma$ ,  $\bar{V}_\sigma^0$ ,  $R_0$ ,  $V_0^0$  в формуле (25) зависят от аргумента  $u$ , а в формуле (26) — от  $v$ .

Из уравнений (25) и (26) получим коэффициенты прохождения для обыкновенных и необыкновенных волн соответственно:

$$b_0 = \frac{i n_1 x \cos \alpha \cos \psi \ln \frac{1+u}{2}}{i \gamma_0^E \ln \frac{1+u}{2} - 1}; \quad (27)$$

$$d_0 = A_0 \frac{1}{1 + i \gamma_0^H \ln \frac{1+v}{2}}, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_0^E &= \frac{x}{2} [n_1 \cos \alpha + \sqrt{\epsilon_0 - (n_1 \sin \alpha)^2}]; \\ \gamma_0^H &= (\epsilon + \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_e}) \frac{x \gamma_{01} \sqrt{\epsilon_0 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_e} (n_1 \sin \alpha)^2}}{\epsilon_0 \gamma_{01} + \epsilon \gamma_{02e}}; \\ A_0 &= 2 n_1 \sin \psi \frac{\epsilon_0 \gamma_{01}}{\epsilon_0 \gamma_{01} + \epsilon \gamma_{02e}}. \end{aligned} \quad (29)$$

6. Выражения тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей для основной гармоники в рассматриваемой нами задаче имеют вид

$$\begin{aligned} E_{x1} &= -\cos \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0 y)} + a_0 e^{i(\gamma_{01}z + h_0 y)}; \\ E_{x2} &= b_0 e^{i(-\gamma_{02e}z + h_0 y)}; \\ E_{y1} &= \cos \alpha \sin \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0 y)} - \frac{\gamma_{01}}{k_0 \epsilon} c_0 e^{i(\gamma_{01}z - h_0 y)}; \\ E_{y2} &= \frac{\gamma_{02e}}{\epsilon_0 k_0} d_0 e^{i(-\gamma_{02e}z + h_0 y)}; \\ H_{x1} &= n_1 \sin \psi e^{i(-\gamma_{01}z + h_0 y)} + c_0 e^{i(\gamma_{01}z + h_0 y)}; \\ H_{x2} &= d_0 e^{i(-\gamma_{02e}z + h_0 y)}; \\ H_{y1} &= n_1 \cos \alpha \cos \psi e^{i(\gamma_{01}z + h_0 y)} + \frac{\gamma_{01}}{k_0} a_0 e^{i(\gamma_{01}z + h_0 y)}; \\ H_{y2} &= -b_0 \frac{\gamma_{02e}}{k_0} e^{i(-\gamma_{02e}z + h_0 y)}. \end{aligned} \quad (30)$$

В формулах (30) индексами 1 и 2 обозначены поля в первой и второй среде соответственно. Так как тангенциальные составляющие электрического поля непрерывны во всех точках плоскости раздела (щель + металл), т. е. на всем периоде решетки, то

$$\begin{aligned} E_{x1}|_{z=0} &= E_{x2}|_{z=0} = E_x|_{z=0}, \\ E_{y1}|_{z=0} &= E_{y2}|_{z=0} = E_y|_{z=0}. \end{aligned} \quad (31)$$

Учитывая (31), из (30) получим после несложных преобразований следующие эквивалентные граничные условия для магнитных составляющих поля:

$$|H_{y1} - H_{y2}|_{z=0} = \frac{1}{k_0} \frac{2\gamma_{01} \cos \psi + (\gamma_{01} + \gamma_{020}) b_0}{b_0} E_x|_{z=0}; \quad (32)$$

$$|H_{x1} - H_{x2}|_{z=0} = \frac{k_0}{\gamma_{01} \cdot \gamma_{02e}} \cdot \frac{\epsilon_0 \gamma_{01} \cdot 2n_1 \sin \psi - (\epsilon_0 \gamma_{01} + \epsilon \gamma_{02e})}{d_0} E_y|_{z=0}. \quad (33)$$

Они связаны между собой параметром  $\psi$ , который меняется при изменении ориентации векторов поля падающей волны в пространстве; тем самым изменяются соотношения между амплитудами обыкновенных и необыкновенных волн.

7. Рассмотрим некоторые предельные случаи. Пусть первая среда имеет диэлектрическую постоянную, равную единице ( $\epsilon = n_1^2 = 1$ ), т. е. верхнее полупространство ( $z > 0$ ) заполнено воздухом, и решетка находится на границе раздела вакуум — изотропная среда. Тензор диэлектрической проницаемости изотропной среды есть скалярная величина, т. е. в любой прямоугольной системе координат всегда является диагональным тензором с одинаковыми элементами. Обозначим этот элемент через  $\epsilon_1$ . Согласно сказанному выше, анизотропная среда превратится в изотропную, если ее параметры  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_z$  равны между собой, т. е. имеет место  $\epsilon_1 = \epsilon_0 = \epsilon_z$ . Предположим, что на решетку падает под углом  $\alpha$   $E$ -поляризованная волна, для чего достаточно взять  $\cos \psi = -1$ . Здесь минус показывает направление вектора электрической напряженности падающей волны; при таком выборе направление  $E_x$  совпадает с направлением, выбранным в работе [2].

При  $\sin \psi = 1$  падающая волна, как видно из (7), является  $H$ -поляризованной волной. Если  $\cos \psi = -1$  или  $\sin \psi = 1$ , наша задача превратится в задачу, решенную в работе [2], соответственно случаю  $E$ - или  $H$ -поляризации, если положить  $a \rightarrow \infty$ .

Полученные нами уравнения (21) для обыкновенных волн переходят в систему уравнений (12), а уравнения для необыкновенных волн (24) — в систему уравнений (21) работы [2] при  $a \rightarrow \infty$ .

Ясно, что при этом все выводы и результаты работы [2] остаются в силе для случая  $a \rightarrow \infty$ .

При  $a = 0$  анизотропная среда в нашей задаче ведет себя как изотропная, и в этом случае полученные результаты будут совпадать с результатами работы [1], если предполагать, что  $\epsilon_1 = 1$ , т. е. решетка находится в свободном пространстве.

Коэффициент прохождения (отражения) (27) обыкновенной волны в длинноволновом приближении переходит в коэффициент прохождения (отражения) (2)  $E$ -поляризованной волны работы [6]. Здесь мы предполагали, что решетка находится в свободном пространстве ( $\epsilon = \epsilon_1 = 1$ ). Эти коэффициенты отражения и прохождения при  $a = 0$  переходят в коэффициенты, впервые полученные Ламбом.

Коэффициент прохождения (отражения) необыкновенной волны (28) в длинноволновом приближении ( $k \ll 1$ ) переходит в коэффициент (4)  $H$ -поляризованной волны работы [6], если считать, что решетка находится в свободном пространстве.

## ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. ЖТФ, XXXII, вып. 4, 381, 1962.
  2. А. И. Адонина, В. П. Шестопалов. ЖТФ, XXXIII, вып. 6, 641, 1963.
  3. А. И. Адонина, В. П. Шестопалов. «Радиотехника и электроника», 1963, 8, 6, 950.
  4. Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред, Минск, Изд-во АН БССР, 1958.
  5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, М., ГИИТЛ, 1957.
  6. Н. Н. Смирнов. ЖТФ, XXVIII, вып. 7, 1494, 1958.
  7. Г. Н. Гестрин, Л. Н. Литвиненко, К. В. Маслов, В. П. Шестопалов. ЖТФ, 34, 12, 1964.
-