ФИЗИКА ПРИБОРОВ, ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

УДК 539.27

А.В. БЕЗУГЛЫЙ, канд. физ.-мат. наук, А.М. ПЕТЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ФОТОНОВ В ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНЕ ОТ ОДНОЙ И ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЩЕЛЕЙ

Введение

В работах [1, 2] отмечалось, что парадокс, заключающийся в различии интерференционных картин при прохождении света через одну и две узкие щели (см. рис.1, 2) снимается предположением о том, что частицы (фотоны или электроны), проходя через щель, взаимодействуют с веществом и приобретают, рассеиваясь на электронах, дискретные значения
импульса. При дифракции на двух щелях максимумы в интерференционной картине наблюдаются в тех местах, куда, при рассеянии, попадают частицы, а минимумы соответствуют точкам, куда частицы не попадают. В случае дифракции на одной щели получается плавная кривая распределения интенсивности. Это объясняется тем, что спектр электронов, находящихся в полубесконечных плоскостях, является непрерывным, следовательно, и угол
дифракции рассеянных частиц принимает непрерывные значения.

Авторы [1, 2], основываясь на законах сохранения импульса и энергии, получили количественное соотношение, определяющее положение максимумов на дифракционной картине:

$$a\frac{\sin\varphi}{1+\cos\varphi} = m\frac{\lambda}{2}\,. \tag{1}$$

Полученное соотношение (1), в случае малых углов дифракции, совпадает с известным из волновой оптики [3] выражением

$$a\sin\varphi = m\lambda\,, \tag{2}$$

где $m = 0,\pm1,\pm2\ldots$, a – ширина металлической ленты, разделяющей щели; λ – длина волны фотонов (или электронов), падающих на экран с двумя щелями, φ – угол дифракции.

Распределение интенсивности фотонов при дифракции на одной щели

При определении математического выражения для распределения интенсивности в дифракционной картине ограничимся получением соотношения, справедливого при тех же предположениях, что и в работах [1, 2], а именно:

1) фотон, проходя через щель, взаимодействует с электроном;
2) столкновение фотона с электроном происходит по закону абсолютно-упругого удара;
3) щель – узкая.

Будем считать также, что ось X декартовой системы координат совмещена с плоскостью экрана и направлена перпендикулярно щели. Фотон движется перпендикулярно экрану вдоль оси Y.

В известном опыте Л.М. Бибермана и др. [4] доказано, что дифракционная картина при дифракции потока частиц получается такой же, как и при длительной экспозиции, когда каждый электрон проходит через щель индивидуально. Время пролета электрона в упоминаемом опыте было равным $7\cdot10^{-9}$с, а интервал времени (скважность) между пролетом двух очередных электронов составлял $3 \cdot 10^{-5}$ с. Таким образом, опыт показывает, что в данном случае имеет место только явление дифракции.

При таком представлении возникает вопрос, как же это стало возможно, когда без учета взаимодействия частицы с веществом экрана в волновой оптике получается правильное, совпадающее с экспериментом выражение для определения интенсивности света в дифракционной картине? Сравним с ситуацией, которая наблюдается в более длинноволновой области при изучении явления дифракции электромагнитных волн на решетке из идеально проводящих лент. Для получения дифракционной картины, отраженной от решетки и прошедшей волны, решается краевая задача с постановкой конкретных граничных условий, учитывающих электродинамические свойства структуры.

Следует отметить, что работ, посвященных дифракции электромагнитных волн достаточно много. Среди них уместно отметить работу [5], положившую начало строгому решению задач о дифракции электромагнитных волн на периодических структурах. В данной работе задача о дифракции плоской волны на решетке, образованной периодической последовательностью бесконечно тонких идеально проводящих лент была сведена к решению краевой задачи Римана – Гильберта.

В случае дифракции монохроматического пучка фотонов на одной щели амплитуда вероятностей попадания частиц в какую-либо точку экрана с координатой x (см. рис. 1) может быть представлена пси-функцией (или амплитудой):

$$\psi_1 = c_1 \frac{e^{\mp i\vec{k}\vec{r}}}{\sqrt{r}}, \tag{3}$$

где – $\left|\vec{k}\right| = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ волновой вектор плоской волны де-Бройля, поставленной в соответствие фотону, имеющий две составляющие $\vec{k} = \vec{i}k_x + \vec{j}k_y$; где k_x – составляющая, приобретенная фотоном вследствие упругого столкновения с электроном, находящимся в состоянии свободного движения в полуплоскостях, лежащих по обе стороны от щели 1 и 2 (см. рис. 1), а k_y – равно волновому число фотона. Верхний знак в выражении (3) соответствует электрону, движущемуся в полуплоскости (2), нижний – в полуплоскости (1).

Как известно [6], спектр импульсов электронов в полупространстве является непрерывным. Следовательно, кривая распределения вероятностей части фотонов будет описываться плавной кривой:

$$\left|\psi_1\right|^2 = \frac{\left|c_1\right|^2}{\left|\vec{r}\right|}. \tag{4}$$

При $r = y, (x = 0), \left|\psi_1\right|^2$ достигает максимума и плавно спадает при положительных и отрицательных значениях x.

Распределение потока фотонов при дифракции света на двух щелях

Пусть на бесконечно тонкий металлический экран с двумя бесконечно протяженными в направлении лент щелями падает монохроматический пучок фотонов (см. рис. 2).

Будем считать, что квантовомеханической моделью ленты является бесконечно глубокая потенциальная яма. Электроны, совершающие свободное движение в яме, будут иметь дискретные значения импульсов [6].

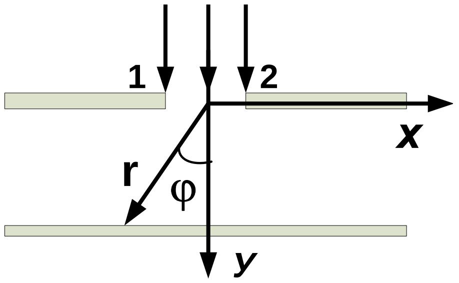

Рис. 1. Дифракция света на щели

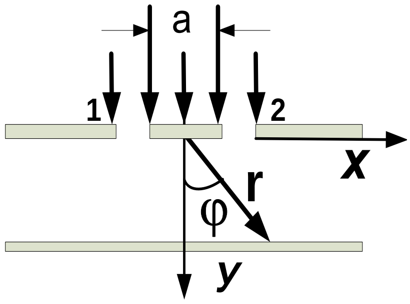

Рис. 2. Дифракция света на двух щелях

Займемся определением вероятности попадания фотона в произвольную точку экрана наблюдения с координатой x. В данном случае у фотона имеется четыре возможности: 1) фотон проходит через щель 1 и взаимодействует с электроном из ленты или же с электроном из бесконечной полуплоскости; 2) фотон проходит через щель 2 и реализуется один из вариантов первого пункта. Если положить плотность потока частиц равным единице, то пси-функцию ψ (амплитуду вероятности) падающего фотона можно представить в виде волны де-Бройля:

$$\psi = e^{iky} = e^{i\frac{p_\phi}{\hbar}y}, \tag{5}$$

где $p_\phi = k\hbar = \dfrac{2\pi}{\lambda}\hbar$ – импульс фотона, λ – длина волны де-Бройля, которую мы сопоставляем с фотоном. Проходя через щель, фотон испытывает упругое столкновение с электроном, совершающим свободное движение в потенциальной яме. Амплитуду электрона (опускаем «вероятности» для краткости) представляем в виде суммы двух бегущих в противоположных направлениях волн:

$$\psi = c\left(e^{i\frac{p_e}{\hbar}x} - e^{-i\frac{p_e}{\hbar}x}\right). \tag{6}$$

При произведении операций с амплитудами будем следовать правилам, сформулированным в работе [7]. Учитывая, что взаимодействие частиц соответствует произведению амплитуд, а также то, что для двух зависимых событий конечное состояние которых одинаково, амплитуда вероятности события, соответствующего случаю, когда фотон попадает в некоторую точку экрана, определяется суммой амплитуд, получаем:

$$\psi_{1z} = \psi_1 + \psi_2 = \frac{c}{\sqrt{r}} e^{i\frac{p_f}{\hbar}} \left(e^{i\frac{p_e}{\hbar}\left(x - \frac{a}{2}\right)} + e^{i\frac{p_e}{\hbar}\left(x + \frac{a}{2}\right)}\right). \tag{7}$$

Здесь первое слагаемое соответствует фотону, прошедшему через щель 1, второе – фотону, прошедшему через щель 2. Соответственное выражение для вероятности попадания фотона в точку экрана, вследствие взаимодействия фотона с электроном, двигающимся в пластине, разделяющей две щели, будет иметь вид

$$P = \frac{|c|^2}{|r|}\left(1 + \cos 2\frac{p_e}{\hbar}a\right). \tag{8}$$

Согласно [6], значения импульса *Pe,* которые может иметь электрон в бесконечно глубокой потенциальной яме, определяются из выражения

$$p_e = \frac{\pi n}{a}\hbar,$$

где $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$

Таким образом, для вероятности P получаем выражение

$$P = \frac{|c|^2}{|r|}\left(1 + \cos 2\pi n\right). \qquad (9)$$

Полная вероятность попадания частицы в точку с координатой x должна определяться суммой выражений (4) и (9). Однако анализ графиков распределения интенсивности пучка электронов, полученных в работе [8] при дифракции электронов на решетке металлических лент, позволяет заключить, что «фон», создаваемый слагаемым (4), незначителен. Поэтому, с учетом пренебрежения этим фоном, можно считать, что картина дифракции будет описываться выражением (9). Из анализа соотношения (9) видно, что центральный максимум (когда $n = 0$) будет равен $\frac{4|c|^2}{r^2}$. Боковые максимумы будут симметрично расположены относительно центрального, а их интенсивность будет убывать с увеличением расстояния как $\frac{1}{|\vec{r}|}$.

Выводы

В работе использован квантово-механический подход к решению задачи о дифракции фотонов на одной и двух щелях. Главной его особенностью является то, что явление дифракции объясняется упругим взаимодействием фотонов с электронами, обладающими дискретными значениями импульсов, что и обуславливает вид дифракционной картины, в случае, когда открыты обе щели. Полученный результат находится в согласии с выводами, вытекающими из эксперимента Л.М. Бибермана, Н.Г. Сушкина, В.А. Фабриканта, в котором дифракционная картина была получена для пучка частиц такой малой интенсивности, что временной интервал между прохождением каждого отдельного электрона от источника до фотопластинки был намного больше времени пролета.

Список литературы: 1. *Безуглый, А.В.* Дифракция фотонов на системе параллельных щелей // Радиотехника. – 2006. – Вып. 147. – С. 65-68. 2. *Безуглий, Є.А., Безуглий А.В., Петченко О.М.* Дифракція електронів на ґратці нескінченно тонких металевих стрічок // Вісник Харк. нац. ун-ту імені В.Н. Каразіна. Серія «Фізика». – 2012. – Вип. 17, № 1020. – С. 74-77. 3. *Борн, М., Вольф, Э.* Основы оптики. – М. : Наука, 1973. – С. 371. 4. *Биберман, Л.М., Сушкин, Н.Г., Фабрикант, В.А.* Дифракция одиночных поочередно летящих электронов // ДАН СССР. – 1949. – Т. 66, № 2. – С. 185. 5. *Аграпович, З.С., Марченко, В.А., Шестопалов, В.П.* Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках. – 1962. – Т. 32, № 4. – С. 381-394. 6. *Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М.* Теоретическая физика. – М., 1963. – Т. 3. – С. 63, 87-89. 7. *Фейман, Р., Лейтон, Р., Сэндс, М.* Фейнмановские лекции по физике. – 1966. – Т. 8. – С. 11-23. 8. *Jonsson, C.* Electroneninterfenzen an mehreren kunstlich hergestellen Feinspalten // Zs. Phis. – 1961. – P. 454-474.

Харьковский национальный университет
городского хозяйства имени А.Н. Бекетова

Поступила в редколлегию 25.03.2017