УДК 621.396

В. К. ВОЛОСЮК, д-р техн. наук, С. С. ЖИЛА, канд. техн. наук,
В. В. ПАВЛІКОВ, д-р техн. наук

ОПТИМІЗАЦІЯ ОЦІНОК ЕЛЕКТРОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТА СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТОРОВО-ПРОТЯЖНИХ ОБ'ЄКТІВ В ШИРОКОСМУГОВИХ СИСТЕМАХ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ

Вступ

Радіометричні пристрої та системи (РМПС) займають важливе місце в задачах радіофізики Землі та навколоземного простору. Це обумовлено високою інформативністю власного радіотеплового випромінювання, перевагами радіодіапазону, малими габаритними розмірами і енергоспоживанням РМПС. Сучасні тенденції розвитку методів СВЧ радіометрії спрямовані на стрімке посилення вимог до якості оцінок електрофізичних параметрів природних середовищ і їх статистичних характеристик. В даний час відома значна кількість критеріїв якості, з аналізу яких можна відокремитиі складові, які прямо або побічно впливають на основні параметри і характеристики оцінок. Це, перш за все, радіометричне розрізнення і просторова роздільна здатність радіометричних зображень, граничні похибки оцінок параметрів. Для ефективного підвищення якості РМПС необхідне спільне використання інженерного досвіду і статистичної теорії радіосистем. Інженерний досвід дозволяє частково обґрунтувати (на рівні антенної системи та функціональної схеми додетекторної частини) структуру системи, на виході якої формуються рівняння спостереження, що підлягають подальшій статистичній оптимізації з метою пошуку алгоритмів їх оптимальної обробки. Саме статистична оптимізація радіотехнічних систем [1 – 5] дозволяє досягти високої точності оцінок параметрів і достовірності інтерпретації отриманих даних.

В роботі синтезуються стаціонарні (нерухомі) багатоканальні радіометричні системи з антенними решітками, спрямованими на досліджувані природні середовища, і обробкою, характерною для систем апертурного синтезу [6 – 12], які отримали найбільше поширення в радіоастрономії. Такі ж системи і алгоритми їх функціонування можуть бути використані для вирішення завдань дистанційного зондування. Особливістю обробки є застосування V-перетворення [1] і отримання алгоритмів і структур систем обробки надширокосмугового випромінювання [13].

1. Модель рівняння спостереження та її статистичні характеристики

Для випадків прийому полів власного випромінювання поверхонь просторово-розподіленими антенними системами найпростіша модель сукупності прийнятих корисних сигналів і завад (рівняння спостереження) має вигляд

$$\vec{u}_{\sum}(t,\vec{r}\,') = \| u_{k\sum}(t,\vec{r}\,') \| = \vec{u}_s(t,\vec{r}\,',\vec{\lambda}) + \vec{u}_n(t,\vec{r}\,') + \vec{n}_p(t,\vec{r}\,');$$
$$\vec{u}_s(t,\vec{r}\,',\lambda) = \| u_{ks}(t,\vec{r}\,',\vec{\lambda}) \| = \| u_{kD}(t,\vec{r}\,',\vec{\lambda}) \| + \| u_{k\phi}(t,\vec{r}\,') \|; \qquad (1)$$
$$\vec{u}_n(t,\vec{r}\,') = \| u_{kn}(t,\vec{r}\,') \|; \quad \vec{n}_p(t,\vec{r}\,') = \| n_{kp}(t,\vec{r}\,') \|; \; \vec{r}\,' = (x',y') \in D'; \quad t \in (0,T); \quad k = \overline{1,K}.$$

Всі процеси, що входять в це рівняння, вважаємо статистично незалежними однорідними в просторі і стаціонарними у часі випадковими гауссовими функціями. Індекс може відповідати виду поляризації, номеру частотного діапазону і т.п. Кількість реєстрованих процесів $u_{ks}(t,\vec{r}\,',\vec{\lambda})$ має бути таким, щоб забезпечити вирішення заданої багатопараметричної задачі, тобто оцінити з необхідною точністю декілька параметрів $\vec{\lambda} = \| \lambda_k \|$.

Процеси $u_{ks}(t,\vec{r}',\vec{\lambda})$ містять нероздільне між собою корисне випромінювання $u_{kD}(t,\vec{r}',\vec{\lambda})$ досліджуваного середовища і перешкоджаючі випромінювання $u_{k\phi}(t,\vec{r}')$, що включають в себе зовнішній фон, шуми підсвічування небом, атмосферою, хмарами і ін. Вважаємо, що ці процеси спостерігаються не безпосередньо поблизу або в області розкриття антеною системи, а вже після проходження вхідних лінійних частин приймачів (ЛЧП), що обмежують спектр випромінювання за частотою коефіцієнтами передачі $\dot{K}_k(j2\pi f)$, а також просторову область прийому деяким сектором кутів, заданих функцією спрямованості $\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)$. Ширина амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) $|\dot{K}_k(j2\pi f)|$ може бути будь-якою, але не нескінченною, і відповідати всім визначенням надширокосмугових, широкосмугових, багатосмугових, багаточастотних і вузькосмугових радіометричних систем. Випромінювання $u_{ks}(t,\vec{r}',\vec{\lambda})$ в спектральній області будемо характеризувати спектрально-кутовою щільністю комплексної амплітуди

$$\dot{A}_{ks}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = \dot{K}_k(j2\pi f)\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)\, \dot{A}_{ok}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})], \tag{2}$$

де $\vec{\vartheta}_0$ – напрямок максимуму функції спрямованості;

$$\dot{A}_{ok}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}) = \dot{A}_{kD}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}) + \dot{A}_{k\Phi}(\vec{\vartheta}, f) \tag{3}$$

– спектрально-кутова щільність комплексної амплітуди на вході антеною системи, що містить корисні $\dot{A}_{kD}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda})$ та завадові $\dot{A}_{k\Phi}(\vec{\vartheta}, f)$ складові. Останні фільтруються по частотним і просторовим змінним функціями $\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)$ і $\dot{K}_k(j2\pi f)$ разом з корисними сигналами випромінювання. Ширина функції спрямованості $\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)$ антенної системи визначає сектор огляду просторово-протяжного об'єкта, що підлягає дослідженню. Практично функція спрямованості $\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)$ широка і відповідає діаграмі спрямованості одиночної елементарної антени, що входить до складу антенної решітки. Відповідно спектральні яскравості випромінювання мають вигляд

$$B_{ks}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = |\dot{K}_k(i2\pi f)|^2\, |\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0, f)|^2\, B_{ok}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})], \tag{4}$$

$$B_{ok}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}) = B_{kD}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}) + B_{k\Phi}(\vec{\vartheta}, f)\,. \tag{5}$$

Складові в (3) і (5) важко розділити, так як вони знаходяться в одній смузі частот.

Процеси $\vec{u}_n(t,\vec{r}') = \| u_{kn}(t,\vec{r}') \|$ в рівнянні спостереження (1) − це моделі внутрішніх дельта-корельованих шумів $n_k(t,\vec{r}')$ вхідних елементів і кіл, що мають кореляційні функції $(N_{0k}/2)\delta(t_1-t_2)\delta(\vec{r}_1'-\vec{r}_2')$, що пройшли ЛЧП просторово-розподілених приймальних пристроїв з коефіцієнтами передачі $\dot{K}_k(j2\pi f) = F^{-1}[h_k(t)]$ та імпульсними характеристиками $h_k(t)$: $u_{kn}(t,\vec{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau,\vec{r}')h(t-\tau)\,d\tau$.

Спектральні щільності потужності вихідних процесів ЛЧП $u_{kn}(t,\vec{r}')$ в кожній точці $\vec{r}'$ дорівнюють $(N_{0k}/2)\left|\dot{K}_k(j2\pi f)\right|^2$. Кореляційна функція

$$R_{ku_n}(t_1-t_2, \vec{r}_1'-\vec{r}_2') = \langle u_{kn}(t_1,\vec{r}_1)\, u_{kn}(t_2,\vec{r}_2)\rangle = 0{,}5N_{0k}H_k(t_1-t_2)\delta(\vec{r}_1'-\vec{r}_2'), \tag{6}$$

де

$$H_k(t_1-t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} h_k(t_1-\tau)h_k(t_2-\tau)\,d\tau = F^{-1}[|\,K_k(j2\pi f)|^2]\,. \tag{7}$$

Обмеження по частотах і напрямках прийому забезпечує коректність оцінок просторово-розподілених параметрів і статистичних характеристик досліджуваних об'єктів при вирішенні обернених задач. Для забезпечення коректності цих рішень також в рівняння спостереження (1) вводяться невеликі регуляризуючі добавки $\vec{n}_p(t,\vec{r}') = \| n_{kp}(t,\vec{r}') \|$ у вигляді незалежних між собою гауссових білих шумів з кореляційними функціями $R_{kp}(t_1 - t_2) = (N_{0kp}/2)\delta(t_1 - t_2)\delta(\vec{r}_1' - \vec{r}_2')$.

Реально для вирішення цих завдань необхідно застосовувати антенні решітки (АР), тобто дискретні антенні системи. В цьому розділі використовується ідеалізована модель рівняння спостереження поля на суцільному континуальному розкриві, що дозволяє умовно реалізовувати роздільну обробку сигналів в кожній своїй точці $\vec{r}' \in D'$. Ця ідеалізація дозволяє суми замінювати інтегралами, що в багатьох випадках полегшує фізичну інтерпретацію отриманих результатів. На заключному етапі синтезу дискретних антенних систем можна перейти від інтегралів до відповідних сум і до швидких алгоритмів їх реалізації.

Обмеження на ступінь широкосмуговості не накладаються, тобто спочатку випромінювання покладається надширокосмуговим. В значній мірі відсутність такого обмеження пов'язана з можливістю застосування V_F-перетворень, які не вимагають виконання умови просторово-часової вузькосмуговості (ПЧВ), або квазімонохроматичного наближення. Спектрально-кутові щільності комплексної амплітуди $\dot{A}_{ks}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda})$ та спектральні яскравості $B_{ks}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda})$ джерел випромінювання, які перебувають в зоні Фраунгофера, пов'язані відповідно з отримуваними сигналами $u_{ks}(t,\vec{r}')$ та їх кореляційними функціями $R_{ku_s}(\Delta\vec{r}', \tau, \vec{\lambda})$ перетвореннями V_F та V_F^{-1}:

$$f^{-2}c^2\dot{A}_{ks}[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = V_F[u_{ks}(t,\vec{r}',\vec{\lambda})] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} u_{ks}(t,\vec{r}',\vec{\lambda})\exp\{-j2\pi f(t + c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}')\}dtd\vec{r}', \tag{8}$$

$$u_{ks}(t,\vec{r}',\vec{\lambda}) = V_F^{-1}\left\{\dot{A}_{ks}\left[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right]\right\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{A}_{ks}\left[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right]\exp\{j2\pi f(t + c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}')\}dfd\vec{\vartheta}, \tag{9}$$

$$f^{-2}c^2B_{ks}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = V_F[R_{ku_s}(\Delta\vec{r}', \tau, \vec{\lambda})] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_{ku_s}(\Delta\vec{r}', \tau, \vec{\lambda})\exp\{-j2\pi f(\tau + c^{-1}\vec{\vartheta}\,\Delta\vec{r}')\}d\tau d\vec{\rho}', \tag{10}$$

$$\begin{aligned} R_{ku_s}(\Delta\vec{r}', \tau, \vec{\lambda}) &= \left\langle\left[u_{ks}(\vec{r}_1', t_1)u_{ks}(\vec{r}_2', t_2)\right]\right\rangle = V_F^{-1}\{B_{ks}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} B_{ks}\left[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})\right]\exp\left\{j2\pi f\,(\tau + c^{-1}\vec{\vartheta}\,\Delta\vec{r}')\right\}df\,d\vec{\vartheta}. \end{aligned} \tag{11}$$

Необхідно зауважити, що радіояскравість $B_{kD}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}) = B_{kD}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]$ може залежити не тільки від параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$ як функцій напрямів $\vec{\vartheta}$, але і безпосередньо від $\vec{\vartheta}$. Наприклад, для плоскої поверхні з порівняно повільним змінюванням діелектричної проникності $\lambda(\vec{\vartheta}) = \varepsilon(\vec{\vartheta})$ радіояскравістні температури $T_{Я\,B(Г)}[\vec{\vartheta}, \varepsilon(\vec{\vartheta})]$ вертикальної і горизонтальної поляризацій (В(Г)), пов'язані з радіояскравістю $B_{kDB(Г)}[\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]$ формулою Релея – Джинса, можна знайти за формулою

$$T_{Я\,B(Г)}[\vec{\vartheta}, \varepsilon(\vec{\vartheta})] = \{1 - |K_{fB(Г)}[\vec{\vartheta}, \varepsilon(\vec{\vartheta})]|^2\}T_0, \tag{12}$$

де

$$K_{f\,Г} = \frac{\cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}},\; K_{f\,B} = \frac{\varepsilon\cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\varepsilon\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}} \tag{13}$$

є коефіцієнтами відбиття Френеля від однорідної плоскої поверхні.

В цих формулах $\theta = \theta(\vec{\vartheta})$, та їх можна вважати справедливими при порівняно повільній зміні діелектричної проникності $\varepsilon = \varepsilon(\vec{\vartheta})$.

Функцією направляючих косинусів може бути і термодинамічна температура $T_0 = T_0(\vec{\vartheta})$, яка також може бути невідомим параметром, що підлягає оцінюванню. Зауважимо, що зв'язки функцій $u_{ks}(t, \vec{r}\,', \vec{\lambda})$ і $R_{ku_s}(\Delta\vec{r}\,', \tau, \vec{\lambda})$ з параметрами $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$ в (9) і (11) – це оператори, а в окремих випадках фіксованих змінних t, $\vec{r}\,'$, $\tau = t_1 - t_2$, $\Delta\vec{r}\,' = \vec{r}_1' - \vec{r}_2'$ – функціонали.

2. Рішення оптимізаційної задачі оцінок просторово-розподілених параметрів джерел радіотеплового випромінювання

Оптимальні оцінки просторово-розподілених параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$ можна отримати в результаті варіаційних рішень рівнянь правдоподібності виду

$$\sum_{k=1}^{K} \int_T \int_T \int_{D'} \int_{D'} \frac{\delta R_{k\Sigma}[t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]}{\delta \lambda_j(\vec{\vartheta})} W_{k\Sigma}[t_2, t_1, \vec{r}_2', \vec{r}_1', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{K} \int_T \int_T \int_{D'} \int_{D'} \frac{\delta W_{k\Sigma}[t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]}{\delta \lambda_j(\vec{\vartheta})} u_{k\Sigma}(t_1, \vec{r}_1') u_{k\Sigma}(t_2, \vec{r}_2') dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2'. \quad (14)$$

Тут $\delta R_{k\Sigma} / \delta\lambda_j$, $\delta W_{k\Sigma} / \delta\lambda_j$ – варіаційні (функціональні) похідні [14 – 16]. Права частина рівняння (14) – це основа оптимального алгоритму обробки прийнятого випромінювання, що містить операції зваженого інтегрування коливань $u_{k\Sigma}(t, \vec{r}\,')$. Між лівою і правою частинами стоїть не знак рівності, а знак прирівнювання «$\Rightarrow$». Ліва частина цього рівняння не дорівнює правій, а є її математичним очікуванням.

Обернена кореляційна функція знаходиться з рівняння звернення

$$\int_T \int_{D'} R_{k\Sigma}[t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] W_{k\Sigma}[t_2, t_3, \vec{r}_2', \vec{r}_3', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] dt_2 d\vec{r}_2' = \delta(t_1 - t_3)\delta(\vec{r}_1' - \vec{r}_3'). \quad (15)$$

Вважаючи поле випромінювання $u_{k\Sigma}(t, \vec{r}\,')$ стаціонарним і однорідним з інтервалом кореляції по змінним t і $\vec{r}\,'$ значно меншим, ніж просторово-часовий інтервал спостереження $T \times D'$, поширимо межі інтегрування до нескінченності і запишемо пряму і обернену кореляційні функції рівняння спостереження (1) в наступному вигляді:

$$R_{k\Sigma}[\tau, \Delta\vec{r}\,', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_{k\Sigma}[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] \exp\left[j2\pi f \left(\tau + \frac{\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}\,'}{c} \right) \right] df d\vec{\vartheta},$$

$$W_{k\Sigma}[\tau, \Delta\vec{r}\,', \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_{W\Sigma}[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] \exp\left[j2\pi f \left(\tau + \frac{\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}\,'}{c} \right) \right] df d\vec{\vartheta}, \quad (16)$$

де $B_{k\Sigma}[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] = B_{ks}[f, \vec{\vartheta}, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] + \frac{f^2}{c^2} \frac{N_{0k}}{2} \left| \dot{K}_k(j2\pi f) \right|^2 + \frac{f^2}{c^2} \frac{N_{0kp}}{2}$, $B_{Wk}[\cdot] = \frac{f^4}{c^4} B_{k\Sigma}^{-1}[\cdot]$.

Варіаційні похідні від кореляційної і оберненої до кореляційної функцій по параметрах $\vec{\lambda}(\vartheta)$ мають вигляд:

$$\frac{\delta R_{k\Sigma}(\cdots, \vec{\vartheta})}{\delta \lambda(\vec{\vartheta})} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial B_{k\Sigma}[f, \vec{\vartheta}, \hat{\vec{\lambda}}(\vec{\vartheta})]}{\partial \lambda_j} \exp\left\{ j2\pi f (\tau + \frac{\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}\,'}{c}) \right\} df, \quad (17)$$

$$\frac{\delta W_{k\Sigma}(\cdots, \vec{\vartheta})}{\delta \lambda(\vec{\vartheta})} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial B_{W\Sigma}[f, \vec{\vartheta}, \hat{\vec{\lambda}}(\vec{\vartheta})]}{\partial \lambda_j} \exp\left\{ j2\pi f (\tau + \frac{\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}\,'}{c}) \right\} df. \quad (18)$$

В цих виразах δ і ∂ – відповідно знаки варіаційної (функціональної) і звичайної частинної похідних. Підставимо ці варіаційні похідні в систему варіаційних рівнянь правдоподібності (14). В результаті отримаємо

$$\sum_{k=1}^{K}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} df_1 df_2 \frac{\partial B_{k\Sigma}[f_1,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1)]}{\partial\lambda_j(\vartheta_1)}\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\vartheta}_2 \frac{f_2^4}{c^4}\frac{1}{B_{k\Sigma}[f_2,\vec{\vartheta}_2,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_2)]}\left|\dot{\Psi}(f_1-f_2,\frac{f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2}{c})\right|^2 =$$

$$=(\Rightarrow)=\sum_{k=1}^{K}\int_{-\infty}^{\infty} df_1 \frac{f^4}{c^4}\frac{\partial B_{k\Sigma}[f_1,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1)]/\partial\lambda_j(\vartheta_1)}{B_{k\Sigma}^2[f_1,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1)]}\left|\dot{S}_{kTD'}(j2\pi f_1\vec{\vartheta}_1)\right|^2, \qquad (19)$$

де

$$\left|\dot{S}_{kTD'}(j2\pi f_1\vec{\vartheta}_1)\right|^2=\left|\int_T\int_{D'} u_{k\Sigma}(t,\vec{r}')\exp[\pm j2\pi f(t+\vec{\vartheta}\vec{r}'/c)]\,dtd\vec{r}'\right|^2 \qquad (20)$$

– V_F періодограма, що є узагальненням періодограми Фур'є і результатом застосування V_F – перетворення до функції $u_{k\Sigma}(t,\vec{r}')$, обмеженої інтервалами спостереження T і D', і подальшого обчислення квадрата модуля,

$$\dot{\Psi}(f_1-f_2, f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2)=\dot{\Psi}_T(f_1-f_2)\dot{\Psi}_{D'}(f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2)=$$

$$=TX'_mY'_m sinc[\pi(f_1-f_2)T]\,sinc\left[\pi(f_1\vartheta_{1x}-f_2\vartheta_{2x})c^{-1}X'_m\right]sinc\left[\pi(f_1\vartheta_{1y}-f_2\vartheta_{2y})c^{-1}Y'_m\right] \qquad (21)$$

– базова функція невизначеності, або апаратна функція радіометричної системи апертурного синтезу. Ця функція визначає спільну роздільну здатність системи за частотами f і направленням $\vec{\vartheta}$. У разі прийому вузькосмугового випромінювання на частоті f_0 функція $\dot{\Psi}_{D'}[f_0(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2)]$ відповідає діаграмі спрямованості розкриву D' з постійним в його межах АФР. Роздільна здатність по частотах має порядок $1/T$, де T – час спостереження. Цей час може бути досить великим (сотні мілісекунд, секунди і більше) і потенційна роздільна здатність по частотах може бути дуже великою. Практично реалізувати завдання розрізнення спектральної яскравості по частотах досить складно, але тут цього й не потрібно. Ставиться тільки завдання просторового розділення зображень і пов'язаних з ними параметрів за напрямками $\vec{\vartheta}$. В результаті її вирішення з'являться інші функції невизначеності, якість яких (ширина, рівень бічних пелюсток та ін.) буде залежати від робочої ширини смуги пропускання частот випромінювання.

Праві частини системи (19) характеризують основні операції, які необхідно виконати над прийнятим полем, та структуру радіометричної системи. Функціональні (математичні) зв'язки спектральних яскравостей $B_{k\Sigma}$ з параметрами $\vec{\lambda}$ або покладаються відомими з вирішення відповідних прямих задач розсіювання для обраних електродинамічних моделей, або задані у вигляді регресійних співвідношень, отриманих експериментальним шляхом. Однією з найбільш істотних операцій є формування V_F-періодограми, що є неспроможною оцінкою спектральної яскравості $B_{k\Sigma}$ як функції частоти f та напрямків $\vec{\vartheta}$. Неспроможність проявляється в тому, що ні збільшення інтервалу спостереження T, ні збільшення розмірів розкриву D' не наближають періодограму до істинної яскравості, яка в спектральній області має вигляд випадкового процесу із середнім, пропорційним $B_{k\Sigma}(f,\vec{\vartheta})$, і кореляційною функцією, ширина якої за змінними Δf та $\Delta\vec{\vartheta}$ обернена до величини інтервалу спостереження T і розмірами розкриву D'. Випадкові сплески яскравості відносно її середнього значення з такими розмірами кореляційної функції називають спеклами. Спекли спотворюють структуру зображення і проявляють себе у вигляді плям. Усунути їх можна, наприклад, інтегруючи (усереднюючи) періодограму по частотах f. Оптимальні операції цього інтегрування представлені правими частинами системи рівнянь (19).

Процедура формування V_F-періодограми включає в себе операції фільтрації та розділення прийнятих процесів на сукупність спектральних складових за частотами f, фазової затримки кожної зі складових на величину $2\pi f\vec{\vartheta}\vec{r}'/c$ і синфазного підсумовування затриманих сигналів по всіх елементах розкриття (елементам антеною решітки). Ці операції дозволяють сфокусувати кожну спектральну складову на сукупність заданих напрямів $\vec{\vartheta}$. В результаті формується віяло променів, що покривають обраний сектор огляду, і забезпечується роздільний прийом сигналів з кожного напряму $\vec{\vartheta}$. Еквівалентними операціями є операції формування оцінок функцій когерентності з подальшим їх перетворенням відповідно до узагальненої теореми Ван Циттерта-Цернике.

Множник, що стоїть перед періодограмою в правій частині (19), − це квадрат АЧХ оптимального декорелюючого фільтра. Він містить функцію, зворотну до спектральної яскравості (знаменник множника), задану структуру інверсного нелінійного фільтра, в якому здійснюються декореляції коливань $u_{k\sum}(t,\vec{r}')$. Ширина смуги пропускання цього фільтра залежить від інтенсивності перешкод $n_{kp}(t,\vec{r}')$, заданих в знаменниках (19) складовими, що містять $N_{0kp}/2$. Фільтр є адаптивним, тому що знаменник $B^2_{k\Sigma}[f,\vec{\vartheta},\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]$ множника, що стоїть перед періодограмою, залежить від параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$.

Усереднення декорельованих коливань шляхом їх інтегрування по частотах f забезпечує спроможність оцінок радіояркостних зображень $B_{0k}(\vec{\vartheta})$ та параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$. З одного боку, декореляція зменшує радіуси кореляції усереднюваних процесів, збільшуючи число їх незалежних відліків в просторово-часовій області по змінній t та координатам $\vec{r}'$, що підвищує ефективність усереднення при інтегруванні піднесених до квадрату декорельованих процесів. З іншого боку, розширення смуги декорелюючих фільтрів, що характеризуються множником при періодограмі, забезпечує інтегрування більшого числа її некорельованих відліків в спектральній області по частотах f.

3. Виведення оператора Фішера для оцінок параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$

Особливістю цього виводу є те, що в ньому розглядаються оцінювані параметри $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$, які приймають не окремі числові значення у вигляді невідомих констант, а є функціями, аргументи яких – просторові змінні $\vec{\vartheta}$.

Оператор Фішера має вигляд:

$$\Phi_{\mu,\vec{\vartheta}_1,\nu,\vec{\vartheta}_2}=\frac{1}{2}\sum\nolimits_{k=1}^{K}\int\limits_T\int\limits_T\int\limits_{D'}\int\limits_{D'}\frac{\delta W_{k\Sigma}[t_1,t_2,\vec{r}_1',\vec{r}_2',\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]}{\delta\lambda_\mu(\vec{\vartheta}_1)}\frac{\delta R_{k\Sigma}[t_2,t_1,\vec{r}_2',\vec{r}_1',\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]}{\delta\lambda_\nu(\vec{\vartheta}_2)}d\vec{r}_1'd\vec{r}_2'dt_1dt_2. \qquad (22)$$

Підставивши значення (17) і (18) в (22), отримаємо

$$\Phi_{\mu,\vec{\vartheta}_1,\nu,\vec{\vartheta}_2}=0,5\sum\nolimits_{k=1}^{K}\int_{-\infty}^{\infty}df_1(f_1^4c^{-4})B^{-2}_{k\Sigma}[f_1,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1)]\times$$

$$\times\frac{\partial B_{k\Sigma}[f_1,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1)]}{\partial\lambda_\mu(\vec{\vartheta}_1)}\frac{\partial B_{k\Sigma}[f_1,\vec{\vartheta}_2,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_2)]}{\partial\lambda_\nu(\vec{\vartheta}_2)}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{\Psi}(f_1-f_2,f_1\vartheta_1-f_2\vartheta_2)\right|^2df_2\,. \qquad (23)$$

Цей вираз описує загальну залежність граничних похибок оцінок параметрів $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$ від ширини квадрата модуля функції невизначеності, тобто інтервалу спостереження T і розміру розкриву D', діапазону досліджуваних частот і ступеня декорреляії V_F-періодограми.

4. Можливі спрощення отриманого алгоритму для його практичної реалізації

Систему рівнянь (19) і практичну реалізацію відповідного їй алгоритму можна спростити, якщо врахувати, що $\partial B_{k\sum}/\partial\lambda_j=\left|\dot{K}_k(j2\pi f)\dot{F}_A(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0,f)\right|^2\partial B_{0k}/\partial\lambda_j$, і припустити, що в межах смуги частот передавальної характеристики $\dot{K}_k(j2\pi f)$ радіометра спектральна яскравість практично не змінюється (або знехтувати її несуттєвою зміною, орієнтуючись на середнє значення), тобто $B_{0k}[f,\vec{\vartheta},\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})] \approx B_{0k}[f_0,\vec{\vartheta},\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})]$ (умова ПЧВ може не виконуватися).

Тоді в (19) $\partial B_{0k} / \partial \lambda_j$ можна винести за знаки інтегралів:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_2^4}{c^4}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\dot{K}_k(j2\pi f_1)\dot{F}_A(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_0,f_1)\right|^2}{B_{k\Sigma}(f_2,\vec{\vartheta}_2,\vec{\lambda}(\vartheta_2))}\left|\dot{\Psi}\left(f_1-f_2,\frac{f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2}{c}\right)\right|^2 d\vec{\vartheta}_2 df_1 df_2 =$$

$$=(\Rightarrow)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_1^4}{c^4}\frac{\left|\dot{K}_k(j2\pi f_1)\dot{F}_A(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_0,f_1)\right|^2}{B_{k\Sigma}^2(f,\vec{\vartheta}_1,\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_1))}\left|\dot{S}_{kTD'}(j2\pi f_1\vec{\vartheta}_1)\right|^2 df_1. \qquad (24)$$

Праві частини цієї системи рівнянь

$$Y_{вых\,k}(\vec{\vartheta}_1)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_1^4}{c^4}\frac{\left|\dot{K}_k(j2\pi f_1)\dot{F}_A(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_0,f_1)\right|^2}{B_{k\Sigma}^2(f,\vec{\vartheta}_1,\lambda(\vec{\vartheta}_1))}\left|\dot{S}_{kTD'}(j2\pi f_1\vec{\vartheta}_1)\right|^2 df_1. \qquad (25)$$

– це вихідні ефекти системи апертурного синтезу, що є основою цього оптимального алгоритму обробки прийнятого випромінювання, що містить основні операції формування періодограм $\left|\dot{S}_{kTD'}(j2\pi f_1\vec{\vartheta}_1)\right|^2$ і їх зваженого інтегрування.

Алгоритмічна і системотехнічна реалізація системи рівнянь (24) складна на практиці, тому розглянемо можливі шляхи її спрощення.

1. Випадок ідеальної роздільної здатності при визначенні функції невизначеності в нескінченних межах інтегрування. Нехай для простоти, розкрив D' антенної системи – прямокутний з порівняно великими сторонами прямокутника X'_m, Y'_m, які умовно вважатимемо наближуються до нескінченності. Час спостереження T також будемо вважати нескінченно великим. Базову функцію невизначеності (апаратну функцію) в цьому випадку приблизно можна визначити таким виразом:

$$\left|\Psi(f_1-f_2,f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2)\right|^2 \approx TX'_m Y'_m c^2 f^{-2}\delta(f_1-f_2)\delta(\vartheta_1-\vartheta_2). \qquad (26)$$

2. Випадок високої роздільної здатності при визначенні функції невизначеності в кінцевих межах інтегрування.

У такому випадку знаменник $B_{k\Sigma}(f_2,\vec{\vartheta}_2,\vec{\lambda}(\vartheta_2))$ в лівій частині рівняння (24) можна вважати практично постійним в межах ширини функції $\dot{\Psi}[f_1-f_2,(f_1\vec{\vartheta}_1-f_2\vec{\vartheta}_2)c^{-1}]$. Тоді його можна винести з-під знака інтеграла при значеннях змінних $f_2=f_1$, $\vec{\vartheta}_2=\vec{\vartheta}_1$.

3. Випадок, коли роздільна здатність по кутовим напрямкам може бути будь-якою. Це найбільш поширений випадок, тому що реальні розміри площ антенних систем кінцеві. За частотою f базова функція невизначеності практично завжди є дуже вузькою. Можна вважати, що постійна яскравість збігається із середньою яскравістю або пропорційна інтегральній яскравості (потужності випромінювання) в межах робочої смуги АЧХ радіометричної системи. У такому випадку, як видно з алгоритму (24), доцільно здійснювати інтегрування по частотах і оцінювати вже не спектральну яскравість, а яскравість, інтегральну за частотою, яка по розмірності дорівнює середній потужності, віднесеної до одиниці тілесного кута. Забезпечення спроможності її оцінки вимагає усереднення періодограми, яке можна здійснити шляхом інтегрування в межах смуги частот, що визначається результуючою АЧХ радіометра, причому в межах цієї смуги спектральна яскравість покладається майже незмінною, тобто $B_{0k}(f,\cdots)=B_{0k}(f_0,\cdots)$.

Висновки

Синтезовані алгоритми оптимальної обробки шумових процесів радіотеплового випромінювання для формування радіояскравістних зображень просторово-протяжних об'єктів і оцінювання їх параметрів і статистичних характеристик як функцій просторових координат. При синтезі алгоритмів передбачалося, що спектральна яскравість випромінювання в межах АЧХ приймача постійна і змінюється в залежності від просторових (кутових) координат спостереження. Це припущення виправдано тим, що в роботі не вирішується завдання спектрального аналізу і оцінюються тільки інтегральні (по частоті) характеристики радіовипромінювання.

Особливість вирішеного завдання в тому, що для отримання аналітичних виразів в явній формі використаний математичний апарат V_F-перетворення, що не вимагає виконання умови просторово-часової вузькосмуговості (квазімонохроматичного наближення) і дозволяє вирішити задачу синтезу алгоритмів обробки широкосмугових і надширокосмугових процесів.

Список літератури: 1. *Волосюк, В. К.* Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко ; под ред. В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с. 2. *Volosyuk, V. K.* Development of the theory, methods and algorithms for optimal wide- and ultrawideband spatiotemporal signal processing of radio-thermal radiation / V. K. Volosyuk, V. F. Kravchenko, V. V. Pavlikov // Antenna theory and techniques. ICATT'2013 : proc. of the IX Intern. conf., Sept. 16–20, 2013, Odessa, Ukraine. – [Odessa], 2013. – P. 74−79. 3. *Modern* Methods for Optimal Spatio-Temporal Signal Processing in Active, Passive, and Combined Active-Passive Radio-Engineering Systems / V. K. Volosyuk, Yu. V. Gulyaev, V. F. Kravchenko, B. G. Kutuza, V. V. Pavlikov, and V. I. Pustovoit // Journal Of Communications Technology And Electronics. – 2014. – Vol. 59, No. 2. – P. 97−118. 4. *Волосюк, В.К.* Статистическая теория сверхширокополосных радиометрических устройств и систем / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко, Б.Г. Кутуза, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т.3, № 3. – С. 5−65. 5. *Pavlikov, V. V.* Optimal signal processing for radiometric imaging with multi-antenna & multi-band passive radars / V. V. Pavlikov, S. S. Zhyla, Nguen Van Kiem and O.V. Odokienko // Antenna theory and techniques. ICATT'2015 : proc. of the X Intern. conf., Apr. 21–24, 2015, Kharkiv, Ukraine. – P. 179-181. 6. *Караваев, В. В.* Основы теории синтезированных антенн / В. В. Караваев, В. В. Сазонов. – М. : Сов. радио, 1974. – 168 с. 7. *Томпсон, А. Р.* Интерферометрия и синтез в радиоастрономии / А. Р. Томпсон, Д. М. Моран, Д. У. Свенсон ; пер. с англ. под ред. А. И. Матвеенко. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2003. – 624 с. 8. *Есепкина, Н. А.* Радиотелескопы и радиометры / Н. А. Есепкина, Д. В. Корольков, Ю. Н. Парийский. – М. : Наука, 1973. – 416 с. 9. *Христиансен, У.* Радиотелескопы / У. Христиансен, И. Хегбом ; пер. с англ. под ред. А. А. Пистолькорса. – М. : Мир, 1988. – 304 с. 10. *Уилсон, Т. Л.* Инструменты и методы радиоастрономии / Т. Л. Уилсон, К. Рольфс, С. Хюттемейстер ; пер. с англ. под ред. С. А. Трушкина. – М. : Физматлит, 2013. − 568 с. 11. *Ван Схонвелд, К.* Построение изображений в астрономии по функциям когерентности / К. Ван Схонвелд ; пер. с англ. под ред. Л. Р. Когана, В. И. Костенко. – М. : Мир, 1982. – 318 с. 12. *Pavlikov, V. V.* Algorithm for Radiometric Imaging by Ultrawideband Systems of Aperture Synthesis/ V. V. Pavlikov, Kiem Nguyen Van, O. M. Tymoshchuk // IEEE Radar Methods and Systems Workshop. (RMSW 2016) : proc. Intern. conf., 27-28 Sept., 2016, Kyiv, Ukraine. – P. 103−106. 13. *Фалькович, С. Е.* Основы статистической теории радиотехнических систем : учеб. пособие / С. Е. Фалькович, П. Ю. Костенко. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2005. − 390 с. 14. *Коллатц, А.* Функциональный анализ и вычислительная математика / А. Коллатц. − М. : Мир, 1969. − 448 с. 15. *Кляцкин, В. И.* Стохастические уравнения глазами физика (основные положения, точные результаты и асимптотические приближения) / В. И. Кляцкин. − М. : Физматлит, 2001. − 528 с. 16. *Дубков, А. А.* Современные методы статистического анализа процессов переноса в биологических системах : учеб.-метод. материал по программе повышения квалификации «Хранение и обработка информации в биологических системах» / А. А. Дубков. – Н. Новгород : [б. и.], 2007. – 92 с.

Національний аерокосмічний університет
ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Надійшла до редколегії 11.08.2017