УДК 621.373.826:53.088.23

Ю.П. МАЧЕХИН, д-р техн. наук, Ю.С. КУРСКОЙ, канд. техн. наук,
А.С. ГНАТЕНКО

ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ В ОПТИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Введение

Исследование и управление нелинейными динамическими системами (НДС) относятся к числу актуальных задач мировой науки. Таким системам свойственны: диссипативность, сильная зависимость от начальных условий и шумов, эволюция и самоорганизация, короткое время прогноза, хаотическая динамика [1]. К НДС с хаотическими режимами можно отнести: солитоны, лазеры, оптические системы конфиденциальной связи, радиофизические системы Кияшко – Пиковича – Рабиновича, Дмитриева – Кислова, Анищенко – Астахова, Чуа и иные объекты с нелинейно меняющимися характеристиками [2-4].

В последнее десятилетие наблюдается рост интереса к хаотической динамике в оптических НДС. Пионерской считается работа К. Икеды, описавшего оптическую НДС с запаздыванием – кольцевой интерферометр с насыщающимся поглотителем [3]. Генерация и распространение солитонов с заданными характеристиками, появление и управление хаотическими режимами в оптоэлектронных устройствах и иных физических системах, нарушение стабильности лазерного излучения – эти и другие процессы в НДС интересны для прикладной оптики, фотоники, лазерной физики, радиофизики, телекоммуникаций и других научных направлений [5].

Прикладное научное исследование связано с измерениями величин, характеризующих процессы и объекты. Модели и процедуры измерения основываются на соответствующем величинам физико-математическом описании. При этом очевидны противоречия между классической теорией измерения [6], детерминированной в своей основе, и стохастичной или хаотической динамикой НДС. Для корректного измерения и оценки результатов измерения в НДС авторами этой статьи разрабатывается специальная теория измерений (нелинейная метрология) [7 – 10]. Она построена на ключевых положениях теории открытых систем, динамического хаоса, теории информации, синергетики, методах топологического и фрактального анализа. Теория содержит принципиально новый подход к измерениям и оценке результатов измерений величин в системах со сложной, часто хаотической, динамикой, модели и математические инструменты анализа результатов измерения динамических переменных (ДП) НДС. Ее задача заключается в измерении ДП и исследовании диссипативных систем. Особое внимание в теории уделено измерениям и исследованиям стабильности излучения лазеров, как НДС [11].

Важным элементом измерений и исследований является модель измерения (МИ). МИ (или уравнение регрессии) используется для анализа динамики процесса (или системы) и расчета неопределенности (или погрешности) измерений. Составление МИ представляет собой задачу, которая должна установить математическую связь между входными величинами (X_1, X_2,…,X_n) (измеряемыми величинами, и константами) и выходными величинами, представляющими результат измерения Y :

$$Y=f(X_1, X_2,\ldots,X_n). \tag{1}$$

где f – функция измерения [6].

Сложность задачи составления МИ (1) зависит от количества и связи входных величин, необходимости учета влияния шумов на процесс измерения, функциональной зависимости выходных величин от входных. Исследования НДС требуют создания специальных физико-математических подходов к построению МИ. При этом следует выделить одноуровневые

МИ одномерных ДП $X_i(t)$ и многоуровневые МИ многомерных величин $X[X_1(t),...,X_n(t)]$, характеризующих состояние НДС.

Цель работы – разработка принципов моделирования измерений в оптических нелинейных динамических системах для обеспечения исследования и управления параметрами систем такого класса.

Основные свойства НДС

Под динамической системой понимают объект или процесс, для которого однозначно определено понятие состояния как совокупности значений некоторых величин $[X_1(t),...,X_n(t)]$ в момент времени t, и задан закон эволюции $F(X,\ t)$ начального состояния $[X_1(t_0),...,X_n(t_0)]$ во времени: $F[X_1(t_0),...,X_n(t_0)] \to [X_1(t),...,X_n(t)]$. Динамическая система может быть описана дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{dX(t)}{dt} = F[X_1(t),...,X_n(t)]. \qquad (2)$$

Для НДС закон эволюции нелинейный. Анализ публикаций, посвященных исследованию НДС ([12] – [14] и др.), позволяет выделить приведенные ниже основные характеристики и свойства НДС.

НДС описываются набором ДП $X_i(t)$ и констант Z_j. Состояние системы в момент времени t характеризуется многомерным вектором $\vec{X}\left[X_i(t), Z_j, t\right]$, где $i = 1...n$, $j = 1...m$. С течением времени значения ДП меняются в интервалах $X_i^{\min} \le X_i \le X_i^{\max}$. Границы интервалов обусловлены возможностями функционирования системы. Выход значений за их пределы маловероятен.

Слабые внешние воздействия и шумы способны изменить динамику системы со случайной на регулярную, хаотичную, и наоборот. Таким образом, в НДС есть неустойчивые состояния равновесия.

Эффективным методом исследования НДС является анализ фазового портрета, формируемого вектором состояния $\vec{X}\left[X_i(t), Z_j, t\right]$ и отображающего состояние системы в последовательные моменты времени. В НДС с количеством ДП не меньше трех возможна хаотическая динамика. Фазовый портрет диссипативной НДС в состоянии хаоса – странный аттрактор (СА), структура СА фрактальна, режим его функционирования неустойчив. Основным критерием хаотичности СА является экспоненциальное нарастание во времени малых возмущений. В системе наблюдается «перемешивание», сплошной спектр мощности и убывающая во времени автокорреляционная функция [13]. Исследование аттрактора позволяет определить ряд топологических характеристик НДС, которые будут использованы в МИ НДС.

Экспоненциальное разбегание фазовых траекторий приводит к тому, что измеряемая величина может принимать любое значение внутри СА. Если в момент измерения t_0 значение ДП X_i находилось в интервале $[y_i(t_0) - u_i(t_0),\ y_i(t_0) + u_i(t_0)]$, где $y_i(t_0), u_i(t_0)$ – оценка и неопределенность измерения X_i в момент времени t_0, то при развитии динамики и появлении СА значение будет находиться в границах аттрактора $[y_{\min} - u_{\min},\ y_{\max} + u_{\max}]$, где $y_{\min}, y_{\max}, u_{\min}, u_{\max}$ – оценки и неопределенности измерения минимальных и максимальных значений X_i [8]:

$$[y_i(t_0) - u_i(t_0),\ y_i(t_0) + u_i(t_0)] \in [y_{\min} - u_{\min},\ y_{\max} + u_{\max}].$$

Что в этом случае меняется для задачи обработки результатов измерений? Дальнейшее, после момента времени t_0, значение ДП становится предсказуемым в границах СА.

ДП $X_i(t)$ НДС связаны между собой и подвержены влиянию даже слабых флуктуаций. Результат измерения ДП может представлять немарковский временной ряд. Примером служит измерение стабильности частоты лазера, для оценки которой используют дисперсию Аллана, указывающую на корреляцию результатов последовательных измерений [15]. Заметим, что входные величины в классической теории измерения ассоциируются со случайными величинами [6]. Эти и другие несоответствия подходов и положений классической теории основным свойствам НДС были рассмотрены в работе [16].

Модель измерения

Следует разделить МИ отдельных ДП $X_i(t)$ (МИ ДП) и МИ состояния системы $X[X_i(t)]$ (МИ НДС). При этом МИ НДС является многоуровневой, подуровнями которой служат МИ ДП. При измерении стабильности частоты лазерного излучения ДП являются частоты исследуемого $X_1(t)$ и эталонного $X_1(t)$ лазеров соответственно, стабильность (состояние системы) величина $X[X_1(t), X_2(t)]$.

Измерение ДП НДС – это многофакторный эксперимент, обработка результатов которого имеет целью получение основополагающих научных данных в виде неизвестных ранее математических моделей и их интерпретацию, а не сводится только к вычислению $\overline{X}$, σ_{X_i} или $\sigma_{\overline{X}}$ [17]. МИ ДП НДС является не только инструментом расчета неопределенности измерения, но и анализа состояния и динамики, прогноза значений ДП, основой для управления НДС. Поэтому, в идеале, МИ НДС должна учитывать все факторы, влияющие на динамику системы и результат измерения. Авторами предложены следующие принципы построения МИ.

1. МИ должна описывать связь выходных величин с входными.

1.1. Для МИ ДП входными величинами являются ДП $X_i(t)$, постоянные Z_j и время t, выходная (измеряемая) величина – $Y_i\left[X_i(t), Z_j, t\right]$ i=1..n, j=1…m.

1.2. Для МИ НДС входными величинами являются измеренные ДП $Y_i(t)$, постоянные величины и время, выходная величина – $Y\left[Y_i(t), Z_j, t\right]$ i=1..n, j=1…m.

2. В МИ должны быть учтены шумы.

2.1. В МИ ДП должны быть учтены мультипликативные ψ и аддитивные шумы Υ. При этом мультипликативные шумы ψ входят в качестве аргументов в функцию эволюции $F(X, \psi, t)$, тем самым учитываются слабые воздействия на ДП.

2.2. В многоуровневой МИ НДС учитываются только аддитивные шумы Υ. Мультипликативные шумы ψ уже учтены на уровне МИ ДП.

3. Для входных величин $X_i(t)$ должны быть найдены функциональные зависимости от времени $X_i(t) = F[X_i(t), \psi, t]$.

4. МИ должны содержать начальные и граничные условия.

4.1. Для МИ ДП: $X_i(t_0)$, $X_i^{\min} \le X_i \le X_i^{\max}$.

4.2. Для МИ НДС: $Y_1(t_0),...,Y_n(t_0)$, $Y_i^{\min} \le Y_i \le Y_i^{\max}$.

5. Сильная зависимость НДС от начальных условий требует учета в МИ значений неопределенности измерения начальных условий и граничных значений соответственно.

5.1. Для МИ ДП: $u_i[X_i(t_0)]$, $u_i(X_i^{\min}), u_i(X_i^{\max})$.

5.2. Для МИ НДС: $u_i[Y_i(t_0)]$, $u_i(Y_i^{\min}), u_i(Y_i^{\max})$.

6. Неопределенность входных величин и шумы рассматриваются как возмущения системы, ограничивающие время корректности МИ. Хаотическая динамика и экспоненциальная

расходимость траекторий СА НДС позволяет утверждать, что корректность МИ ограничена временем предсказания t_{for} [13], значение которого также должно быть отображено в МИ.

В итоге МИ ДП и МИ НДС соответственно примут вид

$$\left.\begin{aligned}
&Y_i(t) = f\left[X_i(t); \psi; Z_1,...,Z_n, t\right] + \Upsilon;\\
&X_i(t) = F[X_i(t_0), \psi, t]; X_i(t_0), u_i[X_i(t_0)];\\
&X_i^{\min} \le X_i \le X_i^{\max}, u_i(X_i^{\min}), u_i(X_i^{\max});\\
&t_{for}.
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}
&Y(t) = f\left[Y_1(t),...,Y_n(t), Z_1,...,Z_n, t\right] + \Upsilon;\\
&Y_1(t_0),...,Y_n(t_0); u_1[Y_1(t_0)],...,u_n[Y_n(t_0)]\\
&Y_i^{\min} \le Y_i \le Y_i^{\max}; u_i(X_i^{\min}), u_i(X_i^{\max});\\
&t_{for}.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

В МИ (3), (4), на наш взгляд, самым сложным является моделирование закона эволюции. При этом закон эволюции реальных недетерминированных НДС описать аналитически удается крайне редко [13]. В некоторых случаях при моделировании НДС систему можно считать консервативной и для ее описания применяются уравнения Гинзбурга – Ландау или Фокера – Планка [14].

Если исследуемая система детерминированная, то время предсказания стремится к бесконечности, система устойчива к возмущениям и из МИ (4) исключается мультипликативный шум ψ. При неограниченном движении ДП в фазовом пространстве из МИ исключаются граничные значения и неопределенности входных и выходных величин.

В случае, когда математически описать процессы НДС невозможно, что в первую очередь касается реальных диссипативных НДС, авторы предлагают использовать «портрет измерения» (ПИ) – графическое и численное отображение результатов измерения ДП НДС. ПИ представляет собой фазовый портрет траектории $Y_i(t)$, построенный с учетом неопределенностей измерения [10]. ПИ НДС дополняется матрицей значений входных величин $Y_i(t)$ (4) размерности $n \times m$, где m – количество измерений ДП в различные моменты времени, и матрицы размерности $1 \times n$ выходной величины $Y[Y_i(t)]$:

$$\begin{vmatrix} Y_1(t) \\ ... \\ Y_n(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_1(t_0) & ... & Y_1(t_m) \\ ... & ... & ... \\ Y_n(t_0) & ... & Y_n(t_m) \end{vmatrix}, Y[Y_i(t)] = \begin{vmatrix} Y(t_0) \\ ... \\ Y(t_m) \end{vmatrix}, \tag{5}$$

Анализ ПИ НДС позволяет определить фрактальную размерность отдельной ДП и всей системы, сделать выводы о динамике ДП и о связи их значений без знания аналитических решений исходной системы уравнений (2). Могут быть определены точки бифуркации и показатели Ляпунова, время прогноза динамики ДП t_{for}, энтропия Шеннона и другие величины.

Предложенные принципы моделирования процесса измерений и инструменты анализа результатов измерений в НДС, основанные на ключевых положениях теорий открытых систем, обеспечивают теоретические, модельные и экспериментальные исследования физических явлений в оптических НДС. Развитие теории измерений в НДС содействует решению широкого круга задач создания и управления оптическими НДС, исследования процессов самоорганизации и динамики таких систем.

Выводы

Предложены принципы моделирования измерений в оптических нелинейных динамических системах. Примерами таких систем служат лазеры, солитоны, оптические системы криптографии.

Рассмотрены основные свойства нелинейных систем, важные для составления модели измерения: интервальность значений входных и выходных величин, хаотическая динамика, зависимость от шумов и др.

Предложены принципы построения модели измерения. Модель измерения, кроме входных величин, содержит их зависимости от времени и шумов, неопределенности измерения входных величин и начальных условий, функции эволюции и время предсказания.

В случае невозможности математического описания процессов авторы предлагают использовать портрет измерения – графическое и численное отображение результатов измерения. Портрет измерения является объектом анализа и источником данных о системе и результатах измерения. Анализ портрета измерения позволяет определить значение энтропии, фрактальной размерности, классифицировать динамику исследуемых величин, точки бифуркации, показатели Ляпунова, время прогноза и др.

Представленные результаты обеспечивают теоретические, модельные и экспериментальные исследования физических явлений в оптических НДС.

Список литературы:

1. Неймарк Ю. Динамические системы и управляемые процессы. – Москва : Едиториал УРСС, 2010. – 336 с.

2. Владимиров С. Н. Нелинейно-динамическая криптология. Радиофизические и оптические системы / С. Н. Владимиров, И. В. Измайлов, Б. Н. Пойзнер. – Москва : Физматлит, 2009. – 207 с.

3. Gnatenko A.S., Machekhin Yu.P., Kurskoy Yu.S., Obozna V.P., Vasianovych A.V. Ring fiber lasers for telecommunication systems // TelecomRadEng. – V. 77. – P. 541-548.

4. Гинзбург В.Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными? // УФН. – 1999. – Т. 169. – №4. – С. 419-442.

5. Gnatenko A.S., Machechin Y.P. Generation mode stability of a fiber ring laser // Telecommunications and Radio Engineering. – 2015. – V. 74, №7. – pp. 641-647.

6. JCGM 103. Evaluation of measurement data – Supple-ment 3 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Developing and using measurement models.

7. Мачехин Ю.П., Курской Ю.С. Основы нелинейной метрологии // LAP Lambert Academic Publishing, 2014. – 162 с.

8. Machekhin Yu., Kurskoy Yu. Expression of uncertainty in measurement of nonlinear dynamic variables // Метрологія та прилади. –2017 – Вып. 03 (60). – С. 49-51.

9. Machekhin Yu., Kurskoy Yu. Fractal-entropy analysis of measurement results in nonlinear dynamical systems // Measuring technique. – 2014. – V. 57. № 6. – pp. 609-704.

10. Machekhin Yu., Kurskoy Yu., Prisich E. The measurement portrait of dynamic variables // Метрологія та прилади. – 2016 – Вып. 05 (61). – С. 48-51.

11. Мачехин Ю. П. Фрактальная шкала для временных рядов результатов измерений // Измерительная техника. – 2009. – №8. – С. 40–43.

12. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. – Москва : Мир, 1979. – 512 с.

13. Лоскутов В.Ю. Очарование хаоса. // УФН . – 2007. – С. 177-189.

14. Г. Хакен. Синергетика. – Москва : Мир, 1980. – 405 с.

15. Barnes, J.A. and Allan, D.W. A Statistical Model of Flicker Noise // Proceedings of the IEEE. – 1966. – Vol. 54, No. 2.

16. Ю.П. Мачехин, Ю.С. Курской. Составление уравнения измерения энтропии Шеннона нелинейных динамических систем с использованием методов интервального анализа // Приборы и методы измерений. – 2015. – Т. 6, № 2. − С. 257−263.

17. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Ленинград : Энергоатомиздат. 1991. – 304 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 09.08.2018