

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ВДОЛЬ ТРАЕКТОРИИ ЛУЧА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОЗДУХА НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА УШИРЕНИЯ ЛИНИЙ ПОГЛОЩЕНИЯ МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Введение

Применение координатно-временных измерений в различных областях науки, техники и промышленности в последнее время становится все более интенсивным. Увеличивается количество приборов, осуществляющих такие измерения, растет их точность. Несмотря на разнообразие типов измерительных приборов в данной области (классические астрономо-геодезические инструменты, оптические и радиодальномеры, радиотелескопы, радиоинтерферометры со сверхдлинной базой, радионавигационные спутниковые системы, системы передачи точного времени и др.), так или иначе все они используют измерения каких-либо параметров электромагнитного сигнала, распространяющегося в земной атмосфере и за ее пределами.

В то же время, требования к точности координатных измерений во многих областях их применения удовлетворяются еще не в полной мере.

Погрешности определения координат (погрешности измерения углов и дальностей между объектами) в общем случае можно классифицировать как инструментальные погрешности (т.е. погрешности приборов) и погрешности, вызванные влиянием внешней среды, в данном случае – земной атмосферы. В связи с быстрым развитием высоких технологий точность современных приборов становится все выше и в большинстве случаев может удовлетворить современные требования. Поэтому, определяющим фактором при формировании погрешности координатных измерений становится атмосфера Земли, главным образом – ее приземная часть – тропосфера.

Тропосферные поправки к результатам измерений дальности, осуществляемых с помощью электромагнитных волн, обычно вводятся методами Марини – Мюррея (в оптическом диапазоне длин волн), Дэвиса, Герринга, Нила (в радиодиапазоне). В качестве исходных данных эти методы используют метеорологические параметры, измеренные на поверхности Земли. Как показали исследования, эти методы являются наиболее точными. Однако соотношения, определяющие поправки к результатам координатных измерений и являющиеся основой упомянутых методов, получены в пренебрежении ряда рефракционных эффектов и в их основе лежат результаты численного моделирования.

В статье рассмотрено влияние поглощения основными молекулами воздуха на величину его показателя преломления. На основе этих исследований разработан метод определения величины среднеинтегрального показателя преломления воздуха, не содержащий указанных выше недостатков, исследованы погрешности метода.

Основная часть

Известна формула определения показателя преломления воздуха, значение которого пропорционально плотности воздуха в точке наблюдения [1]:

$$N = \frac{\rho_d}{\rho_{ds}} N_{ds} + \frac{\rho_w}{\rho_{ws}} N_{ws}, \quad (1)$$

где $N = n - 1$, n – показатель преломления воздуха, ρ – плотность воздуха. Величины с индексом d описывают параметры для сухой части воздуха, с индексом w – для водяных паров. Индекс s относится к параметрам в стандартных атмосферных условиях, причем значения стандартных параметров не влияют на результаты дальнейших исследований, как будет показано далее.

Согласно [1] плотность сухой и влажной компонент воздуха определяется из уравнения для плотности ВРМ 1981/91 через физические константы, влияющие факторы водяных паров, сжимаемость воздуха и метеорологические параметры атмосферы:

$$\rho_d = \frac{PM_d(1-\chi_w)}{ZRT}, \quad (2)$$

$$\rho_w = \frac{PM_w\chi_w}{ZRT}. \quad (3)$$

Здесь P – полное атмосферное давление, Па; T – температура, К; M_d, M_w – молярная масса сухой части воздуха и водяных паров (кг/моль) соответственно; Z – параметр сжимаемости воздуха; χ_w – молярная доля водяных паров в воздухе (в относительных единицах); R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К).

Описание отдельных параметров формул (2, 3) не приведено, их значения можно найти в [1].

Как известно, средний вдоль траектории распространения сигнала показатель преломления воздуха определяется интегралом

$$\bar{n} = \frac{1}{D} \int_D n(l) dl, \quad (4)$$

где D – длина траектории между источником и приемником сигнала; $n(l)$ – текущее значение показателя преломления на траектории; l – лучевая координата.

Интегрирование ведется по траектории луча.

Подставим (1) – (3) в (4) и получим выражение

$$\bar{N} = \frac{M_d}{RD} N_d \int_D \frac{P(1-\chi_w)}{ZT} dl + \frac{M_w}{RD} N_w \int_D \frac{P\chi_w}{ZT} dl \quad (5)$$

Известно (см., напр., [2]), что энергетические уровни электронных, вращательных и колебательных переходов различных молекул воздуха имеют сложный набор линий поглощения (и излучения), но изолированные молекулы имеют дискретный спектр.

Переходы между дискретными энергетическими уровнями изолированной молекулы, связанные с излучением или поглощением света, имеют фиксированные частоты, хотя и они не характеризуются строго монохроматическими линиями. Реальные линии имеют определенный контур даже у изолированной молекулы. Причиной этому служит известный эффект радиационного затухания, вызванного конечным временем жизни молекулы в определенном энергетическом состоянии. Такой эффект приводит к уширению спектральной линии, названному естественным.

В газах в состоянии термодинамического равновесия, когда распределение скоростей молекул имеет максвелловский характер, основной причиной уширения контура спектральной линии является эффект Доплера. Этот эффект преобладает в разреженных газах, и практически не заметен при давлениях, близких к атмосферному, за счет преобладания эффекта уширения, обусловленного взаимодействием молекул воздуха между собой.

Взаимодействие молекулы с соседними приводит к искажению ее энергетических уровней, что в свою очередь приводит к уширению ее спектральных линий поглощения (излучения). Очевидно, что данный эффект напрямую связан с плотностью молекул воздуха, и величину данного эффекта можно использовать для определения показателя преломления воздуха.

Теория Лоренца, разработанная еще в начале XX века, описывает контур спектральной линии, образованный столкновениями молекул, известной формулой для коэффициента поглощения:

$$\kappa(\nu) = \frac{S}{\pi} \frac{\gamma_L}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma_L^2}, \quad (6)$$

где S – интенсивность линии; ν_0 – центральная частота контура поглощения; ν – частота; γ_L – полуширина контура.

Поскольку концентрация молекул в газе пропорциональна давлению, то и ширина контура линии поглощения также будет пропорциональна давлению. Для двухкомпонентной смеси газов известна формула [2]

$$\gamma_L = \gamma_L^0 \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}}, \quad (7)$$

где индекс 0 принадлежит параметрам смеси газов в нормальных условиях.

Земная атмосфера в приземном слое на 99 % состоит из азота и кислорода (двухатомные молекулы) [3], то есть является практически двухкомпонентной смесью газов. Существенный вклад в состав воздуха может внести наличие водяных паров (до 1 – 2 %), однако, определив γ_L^0 для стандартной атмосферы с учетом среднего парциального давления водяных паров, можно рассчитывать на сохранение пропорциональности в формуле (7).

Преобразуем (7) к виду

$$\frac{P}{T} = \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_L^0} \right)^2 \frac{P_0^2}{T_0 P} \quad (8)$$

и подставим (8) в (5). Получим

$$\bar{N} = \frac{M_d}{RD} N_d \int_D \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_L^0} \right)^2 \frac{P_0^2 (1 - \chi_w)}{Z T_0 P} + \frac{M_w}{RD} N_w \int_D \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_L^0} \right)^2 \frac{P_0^2 \chi_w}{Z T_0 P} \quad (9)$$

Рассмотрим интеграл $\int_0^D \frac{\gamma_L^2}{P} dl$. Пусть $P = \bar{P} + \delta P$, а $\gamma_L = \bar{\gamma}_L + \delta \gamma_L$, где \bar{P} – среднее вдоль траектории распространения сигнала давление, $\bar{\gamma}_L$ – полуширина среднего контура линии поглощения, причем $\int_0^D \delta P dl = 0$ и $\int_0^D \delta \gamma_L dl = 0$.

$$\text{Тогда } \int_0^D \frac{\gamma_L^2}{P} dl = \int_0^D \frac{(\bar{\gamma}_L + \delta \gamma_L)^2}{\bar{P} + \delta P} dl \approx \frac{\bar{\gamma}_L^2}{\bar{P}} \int_0^D \left(1 + 2 \frac{\delta \gamma_L}{\bar{\gamma}_L} + \frac{\delta \gamma_L^2}{\bar{\gamma}_L^2} \right) \left(1 - \frac{\delta P}{\bar{P}} \right) dl.$$

Здесь знаменатель подынтегрального выражения разложен в ряд с учетом лишь второго слагаемого. Окончательное выражение для рассматриваемого интеграла будет иметь вид

$$\int_0^D \frac{\gamma_L^2}{P} dl \approx \frac{\bar{\gamma}_L^2}{\bar{P}} \int_0^D \left(1 - 2 \frac{\delta \gamma_L}{\bar{\gamma}_L} \frac{\delta P}{\bar{P}} - \frac{\delta \gamma_L^2}{\bar{\gamma}_L^2} \frac{\delta P}{\bar{P}} \right) dl \quad (10)$$

Отметим, что интегралы от второго и третьего слагаемых представляют взаимные пространственные корреляционные функции соответствующих сомножителей. Как известно из практики, давление земной атмосферы является регулярной функцией высоты над уровнем моря. Температура воздуха помимо регулярной зависимости от высоты имеет существенные пространственные флуктуации, вызванные влиянием подстилающей поверхности и другими причинами. γ_L согласно формуле (7) обратно пропорциональна корню из температуры, следовательно, изменчивость этого параметра в пространстве имеет случайный характер, и можно ожидать, что интегралы от второго и третьего слагаемых в (9) близки к нулю.

В таком предположении формула (9) для среднего вдоль траектории луча показателя преломления воздуха примет вид

$$\bar{N} = \frac{M_d^2 P_0^2 (1 - \chi_w)}{ZRPT_0} \left(\frac{\bar{\gamma}_L}{\gamma_L^0} \right)^2 N_d + \frac{M_w^2 P_0^2 \chi_w}{ZRPT_0} \left(\frac{\bar{\gamma}_L}{\gamma_L^0} \right)^2 N_w \quad (11)$$

Выводы

При распространении в земной атмосфере сигнал на каждом элементарном участке траектории будет претерпевать поглощение, интенсивность которого вблизи одиночной спектральной линии определенного вида молекулы будет описываться контуром с лоренцовским распределением, полуширина которого имеет значение $\gamma_L(l)$. Таким образом, в точке наблюдения частотное распределение интенсивности сигнала будет описываться формулой (7) с полушириной $\bar{\gamma}_L$. Следовательно, проведя спектральный анализ интенсивности принятого сигнала, определив полуширину контура распределения интенсивности по частоте и найдя среднее давление, можно определить среднеинтегральный показатель преломления воздуха на частоте линии поглощения определенной молекулы.

Кроме указанных упрощений при получении формулы (11) (разложение в ряд и пренебрежение пространственной корреляцией давления и температуры) были допущены и другие – зависимости от метеопараметров величин Z и χ_w . Однако эти зависимости настолько слабы, что при получении формулы (11) ими можно было пренебречь. Для проверки этого обстоятельства был проведен численный эксперимент, в результате которого получены следующие данные (в нормальных атмосферных условиях): $\frac{\partial \chi_w}{\partial T} \approx 1,3 \cdot 10^{-7}$; $\frac{\partial \chi_w}{\partial P_w} \approx 10^{-5}$;

$\frac{\partial Z}{\partial T} \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$; $\frac{\partial Z}{\partial P} \approx 4,2 \cdot 10^{-9}$. Если учесть, что коэффициент влияния Z и χ_w на точность определения плотности воздуха близок к единице, то общий вклад в погрешность определения среднеинтегрального показателя преломления воздуха такое допущение не превысит $(3 \div 5) \cdot 10^{-9}$, а для определения этих параметров достаточно измерить температуру и давление в одной-двух точках трассы. Среднее давление также можно определить по результатам измерений в начальной и конечной точках. Явные выражения для Z и χ_w приведены в [1], и ввиду их громоздкости в работе не представлены.

Список литературы:

1. Ciddor B. Refractive index of air: new equations for visible and near infrared // Applied Optics. – 1996 – Vol. 35, No 9. – P. 1566 – 1573.
2. Зуев В.Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере. – Москва : Сов. радио, 1970. – 496 с.
3. Атмосфера стандартная. Параметры. ГОСТ 44-81.