УДК621.396.97

В.Н. ТКАЧЕНКО, д-р техн. наук, В.В. КОРОТКОВ, канд. техн. наук, Е.К. ПОЗДНЯКОВ

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИРИ ПАССИВНЫМИ СИСТЕМАМИ ПРИ ПОМОЩИ ИЗМЕРЕНИЯ ПЕРИОДА ВРАЩЕНИЯ АФС РЛС

Введение

В пассивных многопозиционных комплексах (ПМК) широко используется триангуляционный метод (ТАМ) измерения координат. Точность определения координат для данного метода напрямую зависит от отношения расстояния между станциями комплекса к дальности до источников радиоизлучения (ИРИ). Чем меньше это отношение, тем больше погрешность измерения координат [1].

Особенно заметно это проявляется при определении координат дальних ИРИ, при использовании явления дальнего тропосферного распространения радиоволн. Относительная погрешность измерения координат при этом зависит от дальности и может достигать значения 20 % и выше.

Аналогично обстоит ситуация в условиях дальнего тропосферного распространения радиоволн и для разностно-дальномерного метода (РДМ) измерения координат.

Задача повышения точности измерения координат ИРИ для ПМК всегда являлась и является актуальной. Ее значение в настоящее время еще более возрастает в связи с появлением тенденции интеграции пассивных и активных средств в системах противовоздушной обороны (ПВО).

В данной работе с целью повышения точности измерения координат ИРИ предлагается усовершенствованный вариант ТАМ, на основе измерения периода вращения антенно-фидерной системы радиолокационной станции (АФС РЛС).

Сущность метода

Геометрия расположения двух станций комплекса и РЛС показана на рис. 1.

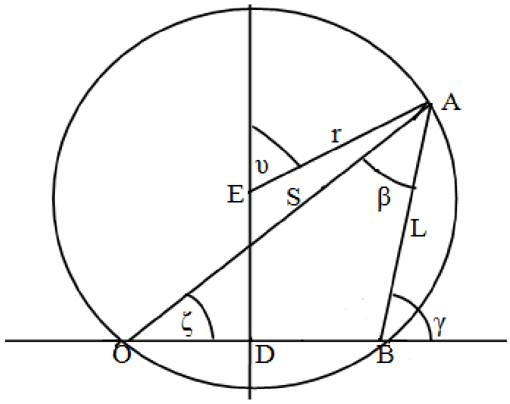


Рис.1. Геометрия расположения станций комплекса и РЛС на местности

На рис.1 приняты следующие обозначения: O – положение левой станции комплекса; B – положение правой станции комплекса; A – положение РЛС; γ – угловое направление на РЛС из точки B; ζ – угловое направление на РЛС из точки O; L – расстояние между правой станцией и РЛС; S – расстояние между левой станцией и РЛС; OB = d – расстояние, база, между станциями комплекса; β – угол, под которым видны станции комплекса из точки стояния РЛС; E – центр окружности, которая является линией постоянного значения угла β; r – радиус этой окружности; υ – угол под которым видна РЛС из центра окружности; D – расстояние от середины базы до центра окружности.

Из рисунка следует:

$$S = \frac{d}{\sin\beta}\cdot\sin\gamma = \frac{d}{\sin\beta}\cdot\sin(\zeta+\beta)\ , \qquad (1)$$

$$L = \frac{d}{\sin\beta}\cdot\sin\zeta = \frac{d}{\sin\beta}\cdot\sin(\gamma-\beta)\, , \qquad (2)$$

$$r = \frac{d}{2\cdot\sin\beta}\, , \qquad (3)$$

$$\upsilon = 180 - 2\cdot\gamma + \beta\, , \qquad (4)$$

$$D = \frac{d\cdot\cos\beta}{\sin\beta}\, . \qquad (5)$$

Преимущество предлагаемого метода заключается в том, что эллипс ошибки измерения координат определяется не пересечением сходящихся на большой дальности пеленгов, а пересечением радиуса с окружностью. В этом случае относительная погрешность измерения координат не зависит от дальности, поскольку радиус окружности и величина D зависят только от угла β и размера базы [2].

Выражения (1) – (5) позволяют в полярной системе координат при известных γ, ζ и β рассчитать дальность от станций комплекса до ИРИ. Далее, зная координаты станций комплекса, можно по известным выражениям из сферической тригонометрии определить координаты ИРИ.

Углы γ и ζ измеряются станциями комплекса. Значение угла β можно рассчитать, измерив период вращения АФС РЛС (T_C) и разницу времени прихода сигнала на станции комплекса (Δt) за счет вращения АФС РЛС, по следующей формуле:

$$\beta = \frac{\Delta t}{T_C}\cdot 2\pi. \qquad (6)$$

Очевидно, что для данного метода погрешность определения координат в значительной степени зависит от точности измерения угла β, которая определяется точностью измерения временных параметров T_C и Δt.

В условиях дальнего тропосферного распространения радиоволн точное измерение временных параметров T_C, и Δt является достаточно сложной задачей. Сложность обусловлена существенными искажениями, которым подвергается сигнал, в процессе прохождения через тропосферу. Искажениям подвергаются и форма импульса, и амплитуда, и длительность импульса и период повторения.

Поскольку АФС РЛС вращается, реально принятый сигнал представляет собой пачку импульсов, количество которых определяется шириной диаграммы направленности и скоростью вращения АФС РЛС, а также периодом повторения импульсов. На рис. 2 показан реальный сигнал, принятый станцией ПМК.

Теоретически форма (огибающая) пачки импульсов должна повторять форму ДН РЛС. Однако реальная форма пачек принятых импульсов не идеальна (см. рис. 2), что приводит к значительным погрешностям временных параметров T_C, и Δt.

В качестве критерия оценки точности измерения времени прихода пачек импульсов будем использовать относительную погрешность измерения дальности. Исходя из задач, решаемых ПМК, максимально допустимая относительная погрешность измерения дальности не должна превышать 3 % от дальности.

Простой алгоритм, на основе дискретной выборки максимумов из массива значений сигнала, даже с применением предварительной фильтрации аномальных выбросов, дает слишком большой разброс измеренных временных характеристик Δt и T_C, не позволяющий обеспечить требуемую точность измерения координат ИРИ.

Детальный анализ сигнала в окрестности максимума (см. рис. 2) показал, что некоторые дискретные отсчеты пропускаются (аппаратная погрешность измерения), вследствие чего резко увеличивается погрешность определения временных параметров.

Проведенные расчеты дают абсолютное значение погрешности измерения временных параметров $\Delta\Delta t$ = ±3724 *мкс*, что в пересчете на относительную погрешность измерения дальности дает значение 11,7 %.

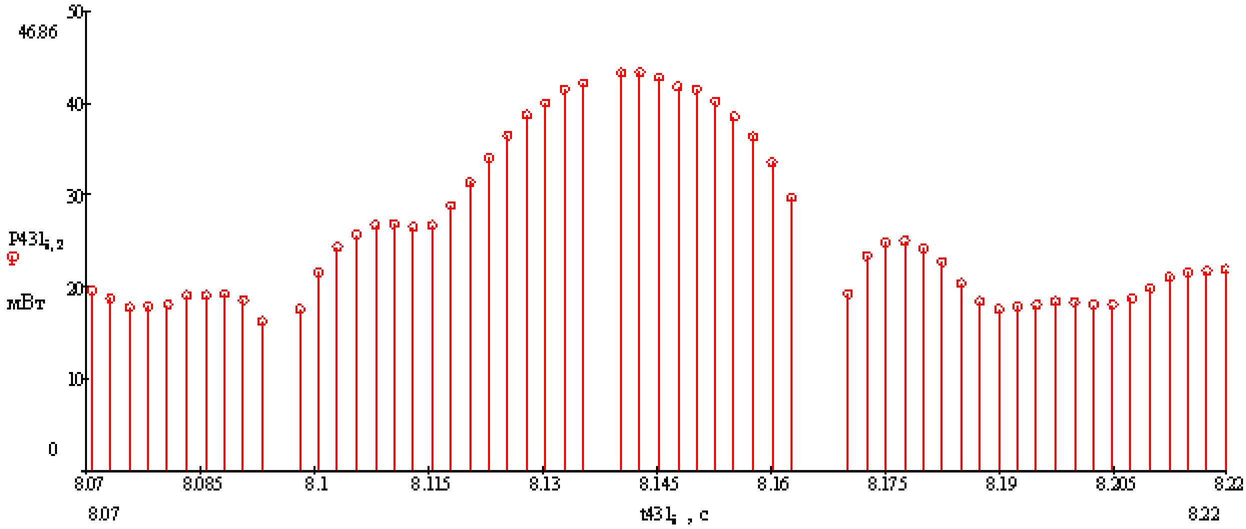


Рис. 2. Реальный сигнал ИРИ в окрестности локального максимума

Поэтому, для повышения точности измерения времен прихода пачек импульсов на станции необходимо использовать специальные методы математической обработки. В данной работе исследуется возможность применения робастного метода и метода наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов

Применительно к нашему случаю необходимо определить аналитическую зависимость изменения мощности сигнала ИРИ в течение времени. Таким образом, модель линейной регрессии следует записать в виде

$$P_i = \beta_1 t_{i1} + ... + \beta_m t_{im} + \varepsilon_i .$$

Здесь P – мощность сигнала (зависимая переменная), t – время (матрица регрессоров или матрица плана), β – коэффициенты регрессии (параметры), ε – ошибки [3].

В матричном виде уравнение регрессии примет вид

$$P = t\beta + \varepsilon.$$

Остаток по i-му наблюдению, соответствующий вектору коэффициентов β:

$$\varepsilon_i(\beta) = P - t_i\beta.$$

Как известно, метод наименьших квадратов состоит в нахождении таких коэффициентов β, которые приведут к минимизации суммы квадратов остатков:

$$RSS(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2(\beta) = \sum_{i=1}^{n} (P_i - y_i\beta)^2 = \min_{\beta} .$$

Сумма квадратов остатков в матричном виде:

$$RSS(\beta) = \varepsilon(\beta)^T \varepsilon(\beta) = (P - t\beta)^T (P - t\beta) = P^T P - P^T t\beta - \beta^T t^T P + \beta^T t^T t\beta = P^t P - 2P^T t\beta + \beta^T t^T t\beta.$$

Пусть, например, минимум достигается при $\beta=\beta_1$. Тогда в этой точке должно быть выполнено условие первого порядка, которое после несложных преобразований можно записать в виде нормального уравнения:

$$t^T P = t^T t\beta_1.$$

Для того чтобы убедиться, что нормальные уравнения действительно определяют минимум, необходимо убедиться, что матрица вторых производных (матрица Гессе) положительно полуопределена. Матрица Гессе для $RSS(\beta)$

$$\frac{d^2 RSS(\beta)}{d\beta d\beta^T} = \frac{d^2}{d\beta d\beta^T}(P^T P - 2P^T t\beta + \beta^T t^T t\beta) = 2t^T t.$$

Предположение $\det(t^T t) \neq 0$ гарантирует единственность минимума. Другими словами, данное условие эквивалентно тому, что матрица t имеет полный ранг по столбцам:

$$\mathrm{rank}\,(t) = m. \tag{7}$$

Из нормального уравнения в предположении невырожденности матрицы возможно нахождение вектора коэффициентов МНК: $\beta_1 = (t^T t)^{-1} t^T P$.

В этом случае, остатки МНК: $e = P - t\beta_1$.

Хотя при $\det(t^T t)=0$ оценки МНК не единственны, но условие первого порядка $t^T e=0$ выполнено, и остатки однозначно определяются этим условием. Всегда можно однозначно определить расчетные значения $t\beta_1$ зависимой переменной P, которые обозначаются P_1:

$$P_1 = t\beta_1 = P - e.$$

В невырожденном случае

$$P_1 = t\beta_1 = t(t^T t)^{-1} t^T P.$$

Как следует из рис. 3, информативная часть сигнала сосредоточена в окрестности локальных максимумов.

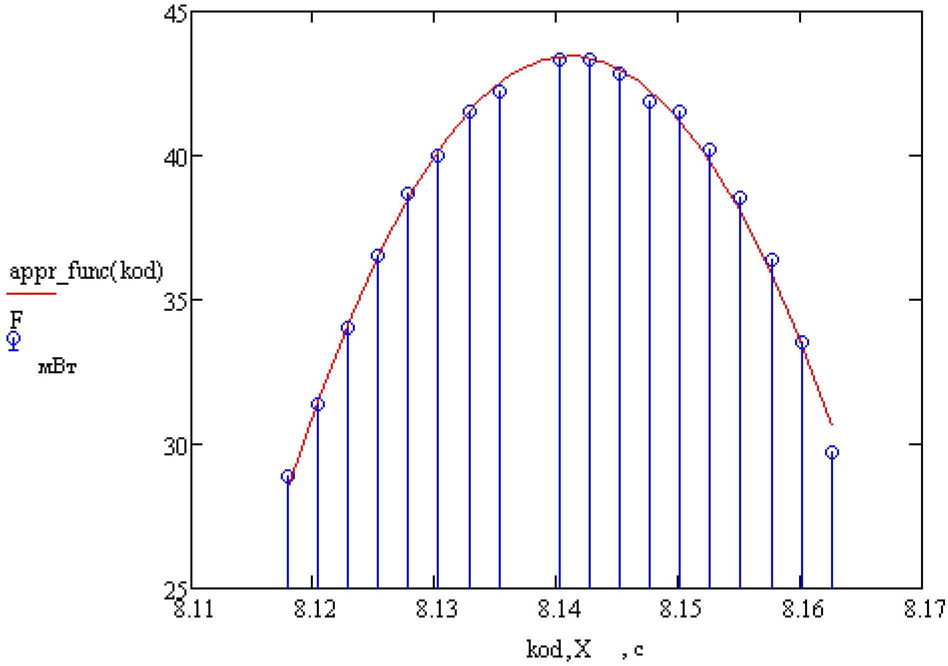


Рис.3. Набор дискретных (начальных) значений
и аппроксимирующая функция в окрестности максимума

Как видно из рис. 3, в качестве аппроксимирующего полинома следует выбрать параболу. Построим аппроксимирующую функцию по методу наименьших квадратов.

Оценить абсолютную погрешность аппроксимирующей функции (см. рис.3) можно по формуле

$$\Delta = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=0}^{n} \left| F_k - A_k \right|, \tag{8}$$

Здесь n – количество измерений, F – исходные (экспериментальные) точки, A – точки аппроксимирующего полинома.

Рассмотрим, как влияет данная погрешность определения максимума на итоговую относительную погрешность определения дальности:

На рис. 4 построены трассы ИРИ при использовании аппроксимирующей функции (сплошная линия) и трасса, полученная при помощи дискретной выборки максимумов из массива значений сигнала (точки).

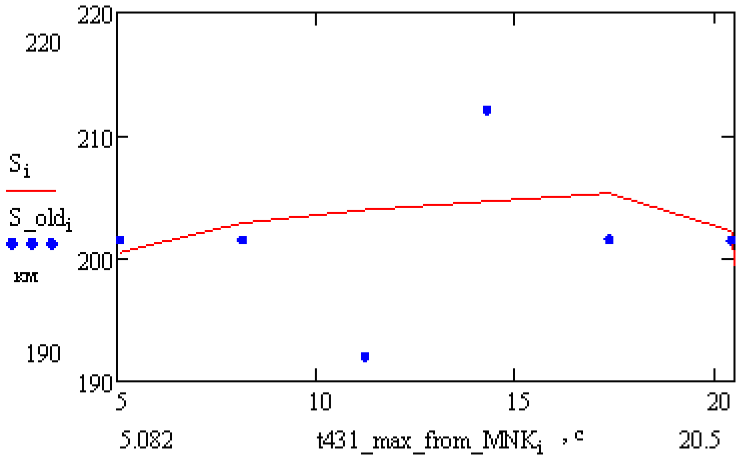


Рис. 4. Зависимость дальности ИРИ от времени

Как видно из рис.4, трасса, построенная с использованием аппроксимирующей функции, является более равномерной и приближенной к реальной. Таким образом, использование аппроксимирующей функции позволит уменьшить погрешность определения максимума сигнала ИРИ, что приведет к существенному увеличению точности определения дальности до цели системой пассивной локации.

Однако при исследовании реального сигнала выяснилось, что матрица регрессоров может быть вырожденной, иными словами, нарушается условие (7). В этом случае обращение матрицы невозможно. Кроме того, при данном методе определения аппроксимирующего полинома требуется наличие полного набора значений сигнала, что приводит к задержке начала вычислительного процесса и увеличению затрат времени на определение дальности, что очень нежелательно для систем реального времени.

Робастный метод определения дальности

Дан ряд измерений сигнала x_i, $i = 1 \ldots n$, $\Delta\tau_i$ – интервал времени между сигналами x_i и x_{i+1}.

Вычислим Δx_i – разности первого порядка, $\Delta^2 x_i$ – разности второго порядка (оценки ускорения изменения сигнала x); v_i – скорость изменения сигнала, a_i – ускорение сигнала (вторая производная).

Имея ряд оценок скорости v_i , $i = 1,n\text{-}1$, можно получить линейную зависимость скорости изменения сигнала на основе МНК в виде

$$\bar{v}(t) = x_t^{'} = 2 \cdot a \cdot t + b, \tag{8}$$

тем самым можно получить оценку момента, в который парабола $x = at^2 + bt + c$**,** достигает максимума, не зная коэффициенты параболы.

Условие экстремума для параболы:

$$\bar{v}(t) = 2 \cdot a \cdot t + b = 0. \tag{9}$$

В соответствии с (8) моменты достижения максимумов сигнала можно определить по формуле

$$t_{max} = -\frac{b}{2a} \tag{10}$$

На рис. 5 показаны оценки скорости изменения сигнала *x*, а также аппроксимирующая прямая к данному набору производных.

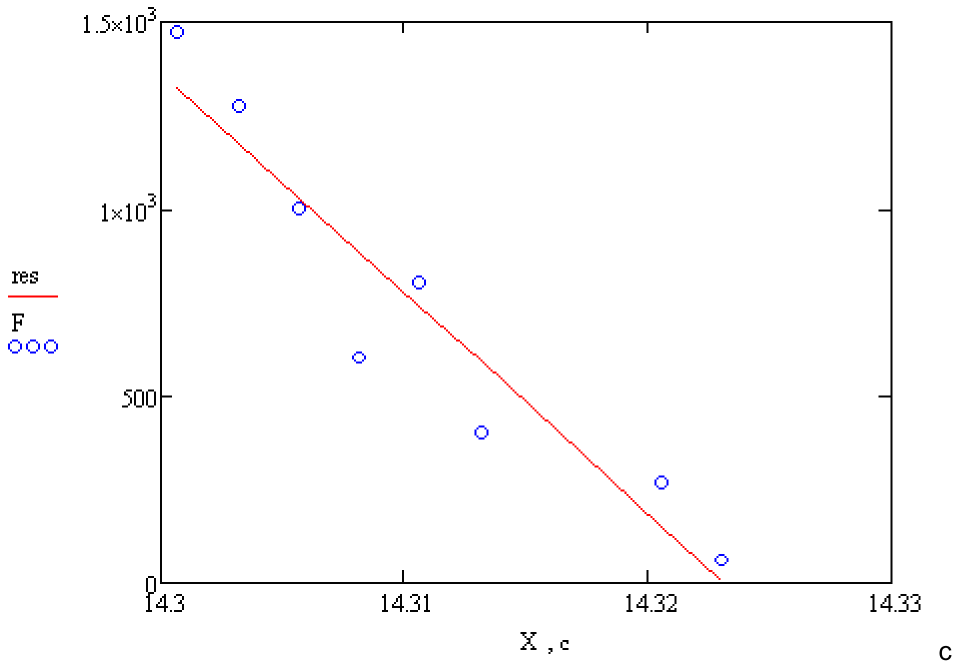


Рис.5. Оценки скорости изменения сигнала *x* и аппроксимирующий полином

Таким образом, задача аппроксимации МНК упрощается – необходимо использовать полином первой степени, имеющий только два искомых параметра: *a* и *b*. Это ускоряет вычисления и увеличивает вероятность выполнения условия невырождености матрицы (7).

Кроме того, использование робастного метода дает возможность проведения дополнительной фильтрации исходных данных, используемых для построения аппроксимирующей функции. Модель в виде функции (9) создает возможность нахождения выбросов и их восстановления следующим образом. В интервале времени от 0 до t_{max} отыскивается

$$\frac{\max}{i}\{|\bar{v}_i - v_i|\}, i = 1 \ldots n-1, \tag{11}$$

иными словами, определяется измерение, выполненное с максимальной погрешностью. Это измерение x_{i+1} восстанавливается с помощью уравнения (9), которое дает отфильтрованное (с помощью МНК) значение скорости v_i:

$$x_{i+1} = x_i + \bar{v}_i \cdot \Delta\tau_i, {}_i \tag{12}$$

где x_{i+1} – восстановленное значение измеренного сигнала.

Итак, с помощью формулы (12) восстановлен сигнал с максимальной погрешностью измерения в интервале $[0, t_{max}]$. На втором интервале времени $[t_{max}, t_n]$ следует проделать то же самое. Выполнение нескольких шагов данной операции позволит уменьшить разброс значений и увеличить точность аппроксимирующей функции.

Данный сигнал был обработан тремя методами:

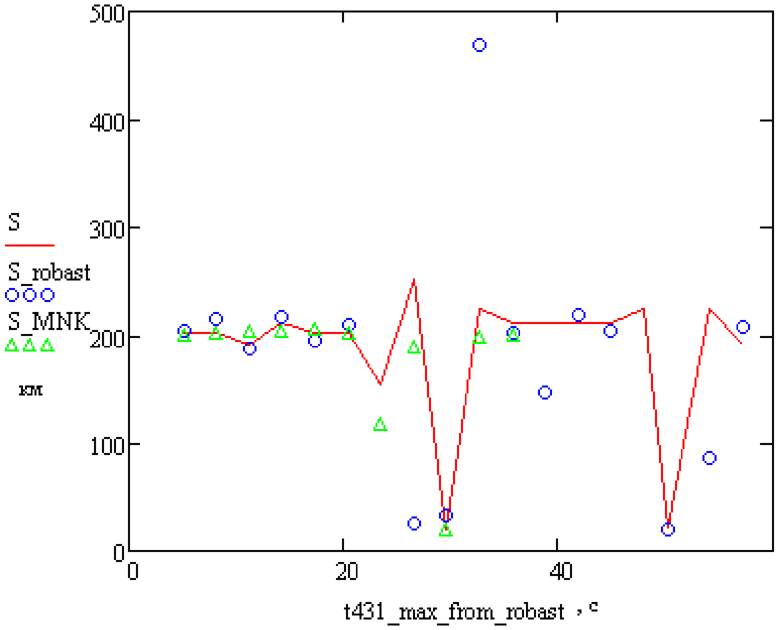
- разностно-дальномерным методом (РДМ) – данный метод считался эталонным;
- методом угла бета с аппроксимацией МНК;
- методом угла бета с использованием робастного метода.

Окончательные результаты вычислений представлены на рис. 6. Здесь по оси ординат отложена дальность цели, *км*, по оси абсцисс – время измерения, *с*. Три графика соответствуют трем рассматриваемым методам.

Наиболее важным параметром, характеризующим качество работы пассивной системы локации, является отношение погрешности к дальности или относительная погрешность измерения. В данном случае, ее можно определить по формуле

$$\delta = \frac{\Delta}{S}, \tag{11}$$

где S – дальность цели, Δ – абсолютная погрешность измерения.



– трасса по методу РДМ
◦ трасса при помощи робастного метода
Δ трасса по МНК

Рис. 6. Трасса движущегося ИРИ

Результаты измерений и вычислений сведены в итоговую таблицу:

t, c	5	8	11	20	32
δ МНК, %	0,49	1,28	4,29	3,01	10,81
δ роб. метод, %	3,77	4,92	9,54	10,09	13

Заключение

Рассмотрен метод определения дальности ИРИ на основе метода угла бета, определена необходимая точность определения временных параметров системами пассивных РЛС. В качестве входного сигнала использовался реальный сигнал ИРИ, принятый станциями «Кольчуга».

На основе проведенного исследования можно сделать вывод, что для увеличения точности определения дальности необходима математическая обработка исходного сигнала от ИРИ. Построение аппроксимирующей функции по МНК дает высокую точность обработки данных, однако требует значительных временных и аппаратных затрат. Кроме того, анализ реального сигнала показал, что условие (7) выполняется не всегда, что делает невозможным обработку по МНК. Робастный метод определения аппроксимирующей функции дает меньшую точность определения дальности, однако обладает большим быстродействием.

Основный вывод заключается в том, что метод угла бета применим для ПМС РТР. Основное достоинство данного метода заключается в том, что для определения дальности требуется одновременное облучение всего двух станций комплекса. Дальнейшее применение данного метода, особенно в комбинации с уже существующими способами определения координат (РДМ и триангуляционный метод), позволит существенно расширить диапазон слежения за движущимся ИРИ.

Список литературы: 1. *Черняк, В.С.* Многопозиционная радиолокация. – М. : Радио и связь, 1993. – 416 с. 2. *Сосновский, А.А., Хаймович, И.А.* Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов – М. : Транспорт, 1987. -256с. 3. *Сергиенко, А.Б.* Цифровая обработка сигналов. – СПб. : Питер, 2002. 608с.

ИПММ НАНУ, ПАО «СКБ РТУ»

Поступила в редколлегию 15.09.2012