М.А. ГНАТЮК, В.М. МОРОЗОВ, канд. физ.-мат. наук, С.В. МАРЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА КАСКАДНОМ СОЕДИНЕНИИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Введение

Волноводные линии передачи со ступенчатыми неоднородностями широко используются при построении различных устройств, таких как фильтры, трансформаторы и согласующие устройства. Одним из эффективных методов расчета таких устройств является метод сшивания полей. Так, в работе [1] на основе этого метода выполнен расчет передаточных характеристик каскадного H-плоскостного соединения прямоугольных волноводов. В работе [2] показан расчет волноводного трансформатора, в котором ступенчатые переходы выполнены одновременно в двух плоскостях. Приведены размеры оптимального трансформатора для согласования соединения волноводов P- и X-диапазонов. В работах [3, 4] на основе метода конечных элементов выполнен расчет характеристик коэффициентов отражения и передачи для стыков прямоугольных волноводов различных конфигураций.

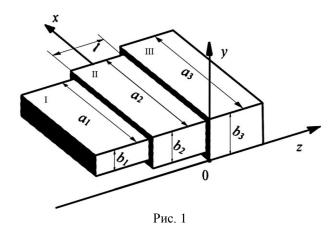
Метод интегрального уравнения также широко используется для решения задач дифракции электромагнитной волны [5 – 9]. В работе [5] на основе метода интегрального уравнения выполнен расчет емкостных ступенчатых неоднородностей различных конфигураций в прямоугольных волноводах. В работе [6] для анализа процесса дифракции электромагнитной волны на волноводных фазированных антенных решетках используются методы сшивания полей и интегрального уравнения. В работах [7, 8] альтернирующий метод Шварца с использованием аппарата функций Грина применяется для расчета характеристик коэффициента отражения в волноводной антенной решетке и на стыке двух прямоугольных волноводов. В основе метода лежит разбиение всей сложной области определения поля на простые пересекающиеся области, для которых можно построить функции Грина. Таким образом, задача формулируется в виде интегрального уравнения Фредгольма второго рода, решение которого выполняется методом итераций. Согласно методу частичных пересекающихся областей (МЧПО) [9] итоговое интегральное уравнение, получаемое в результате описанной выше процедуры, решается методом Галеркина.

В настоящей работе предложен подход на основе метода частичных пересекающихся областей для решения задачи дифракции электромагнитной волны на каскадном соединении трех прямоугольных волноводов различного поперечного сечения. Применение предлагаемого подхода позволяет свести исходную задачу к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов отражения и передачи электромагнитной волны для каждой частичной области.

Постановка задачи

В основе альтернирующего метода Шварца и метода частичных пересекающихся областей лежит прием разбиения всей сложной области определения поля на простые пересекающиеся области, для которых функция Грина известна либо может быть легко получена [10]. С помощью формул Грина поле в каждой частичной области можно представить в интегральной форме, а вся задача формулируется в виде системы интегральных представлений. При составлении системы учитывается, что решение, полученное в одной области, используется в качестве граничных значений искомой функции для другой области.

Рассмотрим соосное соединение трех прямоугольных волноводов различного поперечного сечения (рис. 1). В поперечной плоскости при $z \to -\infty$ возбуждается волна единичной амплитуды типа H_{10} прямоугольного волновода. Стенки волноводов предполагаются идеально проводящими. Решение будем отыскивать относительно вектора напряженности электрического поля.



Интегральная теорема векторной теории дифракции в этом случае принимает вид [11]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu\int_{V} \vec{J}_{cm}(\vec{r}') \cdot \vec{G}^{e}(\vec{r}, \vec{r}') dV - \iint_{S} \vec{n} \cdot \left[\vec{E}(\vec{r}') \times \left(\nabla \times \vec{G}^{e}(\vec{r}, \vec{r}') \right) + \left(\nabla \times \vec{E}(\vec{r}') \right) \times \vec{G}^{e}(\vec{r}, \vec{r}') \right] dS.$$
(1)

Здесь $\vec{G}^e(\vec{r},\vec{r}')$ — функция Грина электрического типа [11,12], S — граничная поверхность, \vec{n} — единичный вектор нормали к граничной поверхности, \vec{r},\vec{r}' — радиус векторы точек наблюдения и источников соответственно. Если граничная поверхность представлена металлическими стенками волноводов, то искомый вектор электрического поля и функция Грина должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in S ;$$
 (2)

$$\vec{n} \times \vec{G}_1^e\left(\vec{r}, \vec{r}'\right) = 0, \quad \vec{r}, \vec{r}' \in S; \quad \vec{n} \times \nabla \times \vec{G}_2^e\left(\vec{r}, \vec{r}'\right) = 0, \quad \vec{n} \cdot \vec{G}_2^e\left(\vec{r}, \vec{r}'\right), \quad \vec{r}, \vec{r}' \in S.$$
 (3)

Здесь индексы 1 и 2 обозначают род граничных условий для функции Грина [11, 12], которая должна удовлетворять тем же граничным условиям, что и отыскиваемая с её помощью неизвестная функция. Если граничная поверхность продолжена в бесконечность, также необходимо учитывать условия излучения.

Разобьем всю область определения искомого поля на три пересекающиеся области. Область I: бесконечный прямоугольный волновод ($\delta^I_x \le x \le \delta^I_x + a_1$, $\delta^I_y \le y \le \delta^I_y + b_1$, $-\infty \le z \le \infty$). Область II: полубесконечный прямоугольный волновод ($\delta^{II}_x \le x \le \delta^{II}_x + a_2$, $\delta^{II}_y \le y \le \delta^{II}_y + b_2$, $l \le z \le \infty$). Область III: полубесконечный прямоугольный волновод ($0 \le x \le a_3$, $0 \le y \le b_3$, $0 \le z \le \infty$.). Здесь коэффициент δ обозначает сдвиг по осям δ 0 или δ 1 или δ 2 начальных координат стенок соответствующих волноводов. Учитывая условия на граничных поверхностях областей, составим систему интегральных представлений полей каждой частичной области:

$$\begin{cases}
\vec{E}_{I}(\vec{r}) = \vec{E}_{inc}(x, y, z) + \int_{Sw11} \vec{n}_{11} \times \vec{E}_{II}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_{1}^{Ie}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w11} + \\
+ \int_{Sw12} \vec{n}_{12} \times \vec{E}_{III}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_{1}^{Ie}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w12}; \\
\vec{E}_{II}(\vec{r}) = \int_{SA_{1}} \vec{n}_{A1} \times \vec{E}_{I}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_{1}^{IIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{A1} + \int_{Sw2} \vec{n}_{2} \times \vec{E}_{III}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_{1}^{IIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{w2}; \\
\vec{E}_{III}(\vec{r}) = \int_{SA_{2}} \vec{n}_{A2} \times \vec{E}_{II}(\vec{r}') \cdot \nabla' \times \vec{G}_{1}^{IIIe}(\vec{r}, \vec{r}') dS_{A2}.
\end{cases} (4)$$

Здесь $\vec{E}_{inc}\left(x,y,z\right)$ — падающая волна, которая представляет собой волну типа H_{10} прямоугольного волновода единичной амплитуды. S_{w11} и S_{w12} — граничные поверхности, представленные стенками волновода области I, продолженными от z=-l до z=0 и от z=0 до бесконечности соответственно. S_{A1} и S_{A2} — граничные поверхности, представленные апертурами, образованными раскрывами волноводов области I и II соответственно. S_{w2} — поверхность, представленная стенками волновода области II, продолженными в бесконечность. Векторы $\vec{n}_{11}, \vec{n}_{12}, \vec{n}_{A1}, \vec{n}_{2}, \vec{n}_{A2}$ — единичные векторы нормалей к соответствующим поверхностям. Взаимосвязь между функциями Грина различных типов подчиняются следующему соотношению [11, 12]:

$$\ddot{G}_{1,2}^{m} = \nabla \times \ddot{G}_{2,1}^{e}, \quad \ddot{G}_{1,2}^{m} = \nabla \times \ddot{G}_{2,1}^{A}.$$
 (5)

Таким образом, для рассматриваемой задачи целесообразно применить функцию Грина потенциального типа, имеющую вид диагонального тензора, компоненты которого представляются в истокообразной форме:

$$G_{xx}^{AK} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \varphi_{x\mu\nu}^{K}(x, y) \varphi_{x\mu\nu}^{K}(x', y') f_{\mu\nu}^{K}(z, z');$$

$$G_{yy}^{AK} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \varphi_{y\mu\nu}^{K}(x, y) \varphi_{y\mu\nu}^{K}(x', y') f_{\mu\nu}^{K}(z, z');$$

$$G_{zz}^{AK} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \varphi_{z\mu\nu}^{K}(x, y) \varphi_{z\mu\nu}^{K}(x', y') g_{\mu\nu}^{K}(z, z').$$
(6)

Здесь K – номер частичной области, μ, ν – индексы типов волн каждой частичной области. Для области І μ =m, ν =n, для области ІІ μ =M, ν =N, для области ІІІ μ =O, ν =P. Поперечные собственные функции каждого волновода с учетом величины смещения δ примут вид:

$$\phi_{x\mu\nu}^{K}(x,y) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\mu}\varepsilon_{\nu}}{a_{K}b_{K}}} \cos\left[\frac{\mu\pi}{a_{K}}\left(x - \delta_{x}^{K}\right)\right] \sin\left[\frac{\nu\pi}{b_{K}}\left(y - \delta_{y}^{K}\right)\right];$$

$$\phi_{y\mu\nu}^{K}(x,y) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\mu}\varepsilon_{\nu}}{a_{K}b_{K}}} \sin\left[\frac{\mu\pi}{a_{K}}\left(x - \delta_{x}^{K}\right)\right] \cos\left[\frac{\nu\pi}{b_{K}}\left(y - \delta_{y}^{K}\right)\right];$$

$$\phi_{z\mu\nu}^{K}(x,y) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\mu}\varepsilon_{\nu}}{a_{K}b_{K}}} \sin\left[\frac{\mu\pi}{a_{K}}\left(x - \delta_{x}^{K}\right)\right] \sin\left[\frac{\nu\pi}{b_{K}}\left(y - \delta_{y}^{K}\right)\right].$$
(7)

Продольные функции Грина каждого волновода принимают вид:

$$f_{mn}^{I}(z,z') = g_{mn}^{I}(z,z') = \frac{1}{2j\gamma_{mn}^{I}} \exp\left(-j\gamma_{mn}^{I}|z-z'|\right). \tag{8}$$

$$f_{MN}^{II}\left(z,z'\right) = \frac{1}{j\gamma_{MN}^{II}} \begin{cases} \exp\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z-l\right]\right) \sinh\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z'-l\right]\right), & z>z'; \\ \exp\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z'-l\right]\right) \sinh\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z-l\right]\right), & z>z'. \end{cases}$$
(9)

$$g_{MN}^{II}\left(z,z'\right) = \frac{1}{j\gamma_{MN}^{II}} \begin{cases} \exp\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z-l\right]\right) \cosh\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z'-l\right]\right), & z>z'; \\ \exp\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z'-l\right]\right) \cosh\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z-l\right]\right), & z>z'. \end{cases}$$
(10)

$$f_{OP}^{III}(z,z') = \frac{1}{j\gamma_{OP}^{III}} \begin{cases} \exp(-j\gamma_{OP}^{III}z) \sinh(-j\gamma_{OP}^{III}z'), & z > z'; \\ \exp(-j\gamma_{OP}^{III}z') \sinh(-j\gamma_{OP}^{III}z), & z' > z. \end{cases}$$
(11)

$$g_{OP}^{III}(z,z') = \frac{1}{j\gamma_{OP}^{III}} \begin{cases} \exp\left(-j\gamma_{OP}^{III}z\right) \cosh\left(-j\gamma_{OP}^{III}z'\right), & z > z'; \\ \exp\left(-j\gamma_{OP}^{III}z'\right) \cosh\left(-j\gamma_{OP}^{III}z\right), & z' > z. \end{cases}$$
(12)

Здесь l — координата поперечной металлической стенки полубесконечного волновода области II, $\gamma^{\kappa}_{\mu\nu}$ — продольный коэффициент распространения, который определяется выражением

$$\gamma_{\mu\nu}^{K} = -j\sqrt{-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{2} + \left(\frac{\mu\pi}{a_{K}}\right)^{2} + \left(\frac{\nu\pi}{b_{K}}\right)^{2}}.$$
(13)

Применение операции ротора к тензору Грина потенциального типа дает следующий результат:

$$\nabla' \times \ddot{G}^{AK} (\vec{r}, \vec{r}') = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z'} G_{yy}^A & \frac{\partial}{\partial y'} G_{zz}^A \\ \frac{\partial}{\partial z'} G_{xx}^A & 0 & -\frac{\partial}{\partial x'} G_{zz}^A \\ -\frac{\partial}{\partial y'} G_{xx}^A & \frac{\partial}{\partial x'} G_{yy}^A & 0 \end{bmatrix}.$$
(14)

При подстановке выражений для функций Грина в систему интегральных представлений (4) и фиксируя положения точек источников и точек наблюдения, задача сводится к системе интегральных уравнений относительно неизвестных векторов напряженностей электрического поля каждой частичной области.

Однако, как видно из (4), значение функции в одной области (за исключением области III) определяется значением функций в двух других областях. Таким образом, система (4) не может быть приведена к одному итоговому интегральному уравнению относительно одной векторной функции.

Для решения полученной системы интегральных уравнений предлагается подход, который состоит в том, что поле в каждой области представляется в виде разложения в ряд по полной системе ортогональных собственных функций каждой области с неизвестными коэффициентами разложения, которые имеют физический смысл коэффициентов прохождения и отражения электромагнитной волны в каждой области.

Таким образом, поле в каждой области будет отыскиваться в виде

$$\vec{E}_{I}(x,y,z) = \vec{E}_{inc}(x,y,z) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[Rx_{mn}^{I} \cdot \varphi_{x,mn}^{I}(x,y) \cdot \vec{x}_{0} + Ry_{mn}^{I} \cdot \varphi_{y,mn}^{I}(x,y) \cdot \vec{y}_{0} + Rz_{mn}^{I} \cdot \varphi_{z,mn}^{I}(x,y) \cdot \vec{z}_{0} \right] \cdot \exp\left(j\gamma_{mn}^{I}\left[z-l\right]\right);$$
(15)

$$\vec{E}_{II}\left(x,y,z\right) = \sum_{M=0}^{\infty} \sum_{N=0}^{\infty} \left[Rx_{MN}^{II} \cdot \varphi_{x,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{x}_{0} + Ry_{MN}^{II} \cdot \varphi_{y,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{y}_{0} + Rz_{MN}^{II} \cdot \varphi_{z,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{z}_{0} \right] \cdot \exp\left(j\gamma_{MN}^{II}z\right) + \left[\sum_{M=0}^{\infty} \sum_{N=0}^{\infty} \left[Tx_{MN}^{II} \cdot \varphi_{x,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{x}_{0} + Ty_{MN}^{II} \cdot \varphi_{y,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{y}_{0} + Tz_{MN}^{II} \cdot \varphi_{z,MN}^{II}\left(x,y\right) \cdot \vec{z}_{0} \right] \cdot \exp\left(-j\gamma_{MN}^{II}\left[z-l\right]\right);$$

$$(16)$$

$$\vec{E}^{III}\left(x,y,z\right) = \sum_{O=0}^{\infty} \sum_{P=0}^{\infty} \left[Tx_{OP}^{III} \cdot \varphi_{x,OP}^{III}\left(x,y\right) \cdot \vec{x}_{0} + Ty_{OP}^{III} \cdot \varphi_{y,OP}^{III}\left(x,y\right) \cdot \vec{y}_{0} + Tz_{OP}^{III} \cdot \varphi_{z,OP}^{III}\left(x,y\right) \cdot \vec{z}_{0} \right] \cdot \exp\left(-j\gamma_{OP}^{III}z\right).$$

$$(17)$$

Подставив выражения (15) - (17) в систему интегральных уравнений и произведя интегрирование, получим систему уравнений, связывающую между собой коэффициенты отражения и передачи электромагнитных волн в каждой области. Ограничивая число учитываемых типов волн и пользуясь свойством ортогональности собственных функций, исходную задачу сводим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения. При этом поле в области II отыскивается в точках наблюдения z=0 и z=1.

Численные результаты

На основе рассмотренного алгоритма была решена задача для соосного последовательного соединения трех прямоугольных волноводов. Для проверки корректности представленного метода были рассмотрены два частных случая. В первом случае поперечные размеры области II принимались равным поперечным размерам области I. На рис. 2, a показаны зависимости модулей коэффициентов разложения Ry_{10}^I , Ry_{10}^I , Ty_{10}^I , Ty_{10}^{II} от частоты и соотношения a_1/λ , где λ – длина падающей волны в свободном пространстве, при этом a_2 = a_1 , b_2 = b_1 =0,5 a_1 , a_3 =1,4469 a_1 , b_3 =0,4444 a_1 . Также, для сравнения, приведены результаты расчета коэффициента отражения волны H_{10} на стыке двух прямоугольных волноводов, полученных в работе [2]. Как видно из графика на рис. 2, a, значения модулей коэффициентов отражения в первой Ry_{10}^I областях равны и соответствуют случаю стыка двух волноводов, а коэффициент разложения Ty_{10}^{II} равен единице во всем диапазоне частот. Таким образом, полученные значения коэффициентов разложения подтверждают, что на стыке областей I и II отсутствует отражение, так как поперечные размеры этих областей равны.

Во втором случае поперечные размеры области II принимались равными размерам области III, а соотношения между размерами первой и третьей областей оставались прежними. На рис. 2, δ показаны зависимости модулей коэффициентов разложения Ry_{10}^I , Ry_{10}^{II} , Ty_{10}^{II} , Ty_{10}^{III} от частоты и соотношения a_1/λ . В этом случае коэффициенты прохождения области II и III Ty_{10}^{II} , Ty_{10}^{III} равны между собой, а отражение в области II отсутствует (Ry_{10}^{II} =0). При этом зависимость модуля коэффициента отражения в области I Ry_{10}^I соответствует случаю стыка двух волноводов. Изменение продольных размеров области II (величина l) не влияет на величины модулей коэффициентов разложения. Таким образом, результаты, полученные для частных случаев, подтверждают корректность предложенного алгоритма.

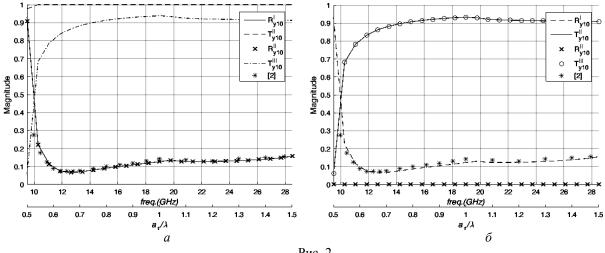


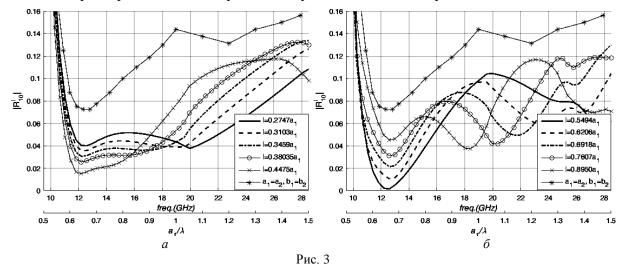
Рис. 2

В ходе численного эксперимента было рассмотрено каскадное соединение прямоугольных волноводов с поперечными размерами 15,8x7,9 мм (область I), 19,05x9,53 мм (область II), 22,86х10,16 мм (область III). Было проведено численное исследование влияния длины промежуточного волновода l на характер частотной зависимости модуля коэффициента отражения волны H_{10} в первом волноводе. Также, в ходе численного исследования установлено, что наилучшая сходимость при наименьшем времени вычисления обеспечивается в случае, когда индексы типов волн для каждой области определяются следующими соотношениями: $O=3 \cdot m$, P=O-1, $M=2 \cdot m+1$, N=M-1, n=m-1. В таблице показаны результаты исследования сходимости решения для различного числа учитываемых типов волн в области І при $l=0,4475a_1$. Число учитываемых типов волн принималось достаточным в том случае, если увеличение числа m не влияло на значение модуля коэффициента отражения в третьем знаке после запятой.

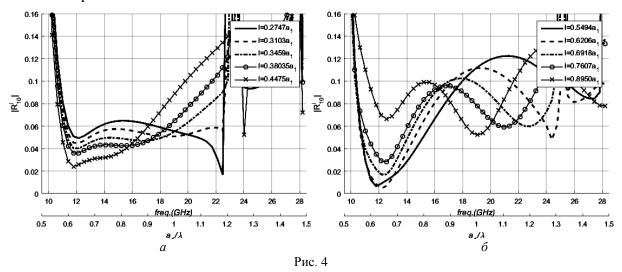
| m | Модуль Ry_{10}^I при a_1/λ | | | |
|---|--------------------------------------|--------|--------|--------|
| | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,2 |
| 1 | 0,0418 | 0,0081 | 0,0246 | 0,0568 |
| 3 | 0,0241 | 0,0169 | 0,0759 | 0,1146 |
| 5 | 0,0283 | 0,0267 | 0,0766 | 0,1122 |
| 7 | 0,0287 | 0,0266 | 0,0755 | 0,1110 |
| 9 | 0,0287 | 0,0265 | 0,0754 | 0,1112 |

На рис. 3, a показана зависимость модуля коэффициента отражения волны H_{10} в области I от частоты и соотношения a_1/λ . Длина промежуточного волновода l принимала значения равные $0,2747a_1$, $0,3103a_1$, $0.3459a_1$, $0,38035a_1$, $0,4475a_1$ которые соответствуют четверти длины волны области II для значений нормированных частот $a_1/\lambda = 1.0$; 0,7; 0,6; 0,55 и 0,5 соответственно. Также, для сравнения приведена частотная зависимость модуля коэффициента отражения для случая стыка двух волноводов. Как видно из графика, изменение длины промежуточного волновода оказывает значительное влияние на характер частотной зависимости модуля коэффициента отражения. При увеличении длины промежуточного волновода сужается ширина области, где модуль коэффициента отражения сохраняет приблизительно постоянное значение. В то же время в этой области уменьшается неравномерность его частотной зависимости.

На рис. 3, δ показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения волны H_{10} для случаев, когда длина промежуточного волновода l принимала значения равные $0.5494a_1$, $0,6206a_1, 0,6918a_1, 0,7607a_1$ и $0,8950a_1$, что соответствует половине длины волны области II для значений нормированных частот, аналогичных предыдущему случаю. Как видно из графиков, увеличение длины промежуточного волновода приводит к тому, что модуль коэффициента отражения значительно меняется в зависимости от частоты. Частотная характеристика приобретает ярко выраженный провал в пределах диапазона частот $11-13~\Gamma\Gamma$ ц. Как следует из результатов численного эксперимента, выбор длины промежуточного волновода l равной $0,5494a_1$ позволяет получить значение модуля коэффициента отражения не более 0,01 в диапазоне частот от 11,5 до $13~\Gamma\Gamma$ ц с минимумом на частоте $12,6~\Gamma\Gamma$ ц. Дальнейшее увеличение длины промежуточного волновода приводит к возникновению нескольких провалов на частотной характеристике с одновременным уменьшением их глубины.



Для проверки корректности полученных результатов было проведено математическое моделирование рассматриваемой структуры в программном пакете HFSS. На рис. 4, a, δ показаны частотные характеристики модуля коэффициента отражения для аналогичной конструкции, полученные с помощью этого программного пакета. На частотах выше 20 ГГц можно наблюдать резонансные явления, связанные с конечными размерами исследуемой структуры в HFSS. Полученные частотные характеристики подтверждают корректность предложенного алгоритма.



Представленный электродинамический алгоритм позволяет выполнить расчет коэффициента отражения падающей волны на каскадном соединении трех прямоугольных волноводов. Характер частотной зависимости коэффициента отражения на таком соединении претерпевает значительных изменений в зависимости от длины промежуточного волновода.

Выводы

Предложен подход в пределах метода частичных пересекающихся областей для решения задач дифракции электромагнитной волны, в которых система интегральных представлений

не может быть сведена к одному итоговому интегральному уравнению. В предложенном подходе неизвестные функции частичных областей представляются в виде разложения в ряд по ортогональной системе собственных функций с неизвестными коэффициентами разложения. Далее, система интегральных представлений полей частичных областей сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения. Решение этой системы уравнений позволяет отыскать коэффициенты отражения и прохождения для каждой частичной области. Также, предложенный подход позволяет значительно сократить объем аналитических преобразований необходимых для получения численного решения.

Для проверки корректности предложенного алгоритма было получено численное решение задачи стыка волноводов для двух частных случаев равенства поперечных размеров промежуточной области размерам одной из двух других областей. Таким образом, рассматриваемая волноводная линия передачи представляла собой стык двух прямоугольных волноводов. Сравнение результатов, полученных с помощью предложенного подхода, с уже известными для аналогичной задачи подтверждает корректность построенного алгоритма.

На основе предложенного подхода решена векторная трехмерная задача дифракции электромагнитной волны на последовательном соединении трех прямоугольных волноводов с различным поперечным сечением. Получены частотные зависимости коэффициента отражения для различных продольных размеров промежуточного волновода. Показано, что в зависимости от длины промежуточного волновода можно обеспечить как узкополосное, так и широкополосное согласование рассматриваемого стыка.

Список литературы:

- 1. Christie L. Mode matching method for the analysis of cascaded discontinuities in a rectangular waveguide / L. Christie, P. Mondal // Proceedings of the 6th International Conference on Advances in Computing and Communications. 2016. Vol. 93, September 6-8. P. 251 258.
- 2. Patzelt H. Double-plane step in rectangular waveguides and their application for transformers irises and filters / H. Patzelt, F. Arndt // IEEE Trans Microwave Theory Tech., vol. MTT-30, no. 5, May 1982. P. 771 776.
- 3. Ise K. Three-dimensional finite-element method with edge elements for electromagnetic waveguide discontinuities / K. Ise, K. Inoue, M. Koshiba // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 39, no. 8, August 1991. P. 1289 1295.
- 4. Deshpande M. D. Analysis of waveguide junction discontinuities and gaps using finite element method / M. D. Deshpande, C. J. Reddy, M. C. Bailey // Electromagnetics. Vol. 18, 1998. P. 81-97.
- 5. Quesada Pereira F. D. An efficient integral equation technique for the analysis of arbitrarily shaped capacitive waveguide circuits / F. D. Quesada Pereira, P. Vera Castejón, A. Alvarez Melcon, B. Gimeno Martínez, V. E. Boria Esbert // Radio Sci., vol. 46, no. RS2017, Apr. 2011. P. 1 11.
- 6. Amitay N. Theory and analysis of phased array antennas / N. Amitay, V. Galindo, C. Wu. New York: Wiley-Interscience, 1972. 462 p.
- 7. Гнатюк М. А. Алгоритм метода Шварца решения трехмерной задачи дифракции / М. А. Гнатюк, В. М. Морозов, А. М. Съянов // Радиотехника. 2013, вып. 174. С. 10 15.
- 8. Morozov V. M. Phased antenna array analysis with Schwarz alternating method / V. M. Morozov, M. A. Gnatyuk // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія «Фізика. Радіоелектроніка». Дніпропетровськ, 2015. Т. 23, вып. 22. С. 132 141.
- 9. Prokhoda I. G. The method of partial intersecting domains for the investigation of waveguide-resonator systems having a complex shape / I. G. Prokhoda, V. P. Chumachenko // Radiophysics and Quantum Electronics. October 1973. Vol. 16, Issue 10. P. 1219–1222.
- 10. Kantorovich L. V. Approximate methods of higher analysis / L. V. Kantorovich, V. I. Krylov. New York : Wiley-Interscience, 1964. 681 p.
- 11. Прохода И. Г. Тензорные функции Грина и их применение в электродинамике СВЧ / И. Г. Прохода, С. Г. Дмитрюк, В. М. Морозов. Днепропетровск : ДГУ, 1985. С. 64.
- 12. Tai C. T. Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory. Second Edition. New York:IEEE Press, 1994. 343 p.

Днепровский государственный технический университет

Поступила в редколлегию 26.12.2018