

# ЭЛЕКТРОДИНАМИКА, АНТЕННЫ, МИКРОВОЛНОВЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 537.874.6

*М. Е. КАЛИБЕРДА, канд. физ.-мат. наук, Л. Н. ЛИТВИНЕНКО, д-р физ.-мат. наук,  
С. А. ПОГАРСКИЙ, д-р физ.-мат. наук*

## ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ГРАФЕНОВОЙ РЕШЕТКЕ

### Введение

Графен – новый материал, обладающий уникальными и полезными свойствами, которые открывают перспективы его применения в антенной технике, сенсорах, поглотителях и т.д. [1 – 3]. Графен можно рассматривать как резистивную поверхность нулевой толщины. Проводимость графена представляет собой функцию частоты, химического потенциала, времени релаксации, температуры,  $\sigma = \sigma(f, \mu_c, \tau, T)$ . Химическим потенциалом графена удается управлять за счет приложения электростатического поля. Таким образом, можно менять проводимость, а значит и свойства всей структуры

На сегодня есть большое разнообразие методов для исследования конечных и бесконечных периодических графеновых ленточных решеток. В работе [4] применяется метод разложений Фурье к бесконечной периодической решетке в случае ортогонального падения. Хотя метод и приводит к расходящемуся решению, он позволяет получить физически корректные результаты. Строгое решение аналогичной задачи в случае произвольного падения получено в [5] методом сингулярных интегральных уравнений. В [6] методом аналитической регуляризации решена задача для бесконечной периодической графеновой решетки в диэлектрической пластине. В работах [7, 8] рассмотрены конечные графеновые решетки. Для решения применяются методы сингулярных интегральных уравнений.

В известных работах исследовались конечные или бесконечные периодические решетки. Рассеянные поля в таких структурах имеют либо непрерывный, либо дискретный спектр. При этом существует класс структур, рассеянные поля в которых имеют дискретный и непрерывный спектр одновременно. К ним относятся полубесконечные системы. Они позволяют исследовать влияния края реальной конечной решетки "в чистом виде". Одной из первых работ, где рассмотрена полубесконечная структура, является [9]. Исследованы рассеиватели в виде цилиндров малого по сравнению с длиной волны радиуса. Применялся вариационный подход. В [10] метод Виннера – Хопфа используется для исследования полубесконечной ленточной решетки в случае  $E$ -поляризации. В [11] решается такая же задача в случае одномерного распределения токов на лентах. В работе [12] решение получено в общем случае. Для решения граничных уравнений применялся метод моментов.

В данной работе рассмотрена полубесконечная решетка из графеновых лент в случае  $H$ -поляризации. Свойства найдены из операторного уравнения второго рода, полученного операторным методом [13 – 18]. В данном уравнении существенно используется оператор отражения одиночной ленты, который найден методом сингулярных интегральных уравнений [6, 8, 19 – 21]. Для определения проводимости графеновых лент используется формула Кубо [22]. Операторный метод отличается достаточной универсальностью, поскольку вид операторного уравнения не зависит от вида одиночного препятствия. Уравнения, полученные в [15] для идеально проводящих лент, применимы и в случае графеновых лент.

### Постановка задачи

Расположим полубесконечную графеновую решетку в плоскости  $z = 0$  так, что ленты лежат в полуплоскости  $y > 0$  и середина первой ленты совпадает с началом координат.

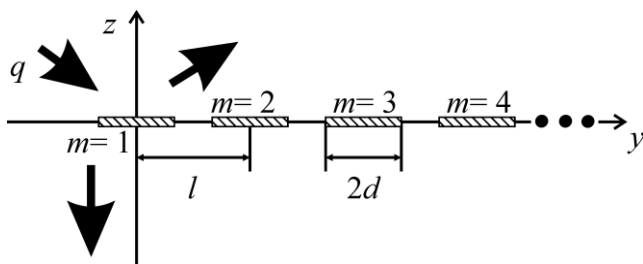


Рис. 1

Период решетки равен  $l$ , ширина лент –  $2d$ . Геометрия структуры представлена на рис. 1. Предполагаем, что  $H$ -поляризованная волна падает из области  $z > 0$ ,

$$H^i(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) e^{ik\xi y - ik\gamma(\xi)z} d\xi, \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число,  $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$ ,

$\text{Re } \gamma \geq 0, \text{Im } \gamma \geq 0$ .

### Одиночная графеновая лента

Рассмотрим одиночную графеновую ленту шириной  $2d$ , середина которой совпадает с началом координат. Падающее поле представим в виде (1). Рассеянное поле ищем в виде преобразования Фурье неизвестной спектральной функции:

$$H^s(y, z) = \text{sgn}(z) \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{ik\xi y + ik\gamma(\xi)|z|} d\xi. \quad (2)$$

Полное поле – сумма падающего и рассеянного. Оно должно удовлетворять уравнению Гельмгольца, граничному условию на графеновых лентах и условию непрерывности:

$$\frac{1}{2}(E_y^+ + E_y^-) = \frac{1}{\sigma}(H_x^+ - H_x^-), \quad z = 0, |y| < d, \quad (3)$$

$$E_y^+ = E_y^-, \quad z = 0, |y| \geq d, \quad (4)$$

условию излучения и условию на ребре. После применения условий (3), (4) к выражениям (1), (2) могут быть получены парные интегральные уравнения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{ik\xi y} d\xi = 0, \quad |y| \geq d,$$

$$\frac{2ik}{\sigma Z} \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) e^{ik\xi y} d\xi + ik \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi) \gamma(\xi) e^{ik\xi y} d\xi = -\frac{\partial}{\partial z} H^i(y, 0), \quad |y| < d,$$

которые сведены к сингулярному интегральному уравнению с дополнительным условием [8]

$$\frac{1}{\pi} PV \int_L \frac{F(\xi)}{\xi - y} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_L K(y, \xi) F(\xi) d\xi = -\frac{\partial}{\partial z} H^i(y, 0), \quad |y| < d,$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-d}^d F(\xi) d\xi = 0.$$

### Операторное уравнение для полубесконечной структуры

Воспользуемся результатами работы [15] и приведем операторное уравнение для определения оператора отражения полубесконечной ленточной решетки  $R^*$ , полученное для идеально проводящих лент:

$$R = r + S^- B - r S^- B - r S^- F_0 R S^+, \quad (5)$$

$$B = (I - RFS^+ rS^-)^{-1} (RFS^+ rS^- eF_0 R S^+ - RFS^+ r), \quad (6)$$

$$R = R^* - S^- eR^* eS^+, \quad (7)$$

где операторы  $S^\pm$  действуют на произвольную функцию  $g(\xi)$  как  $(S^\pm g)(\xi) = \exp(\pm ikl\xi)g(\xi)$ . Уравнение (5) верно и для полубесконечной графеновой решетки, если в качестве оператора  $g$  выбрать оператор отражения графеновой ленты. Так как отраженное поле имеет непрерывный и дискретный спектр, оператор  $R^*$  имеет особенности в точках, соответствующих постоянным распространения плоских волн. Для устранения особенностей проведена процедура регуляризации. Операторы  $F, F_0$  являются регуляризирующими. В результате решения уравнений (5), (6) можно определить оператор  $R$ , который особенностей не имеет. Далее, для нахождения оператора  $R^*$  можно воспользоваться формулой (7).

### Численные результаты

Для описания свойств полубесконечной графеновой решетки введем полное поперечное сечение рассеяния  $S$ . Как и в случае конечной решетки, оно определяет мощность рассеянных цилиндрических волн. В случае полубесконечной структуры  $S$  может дать представление о влиянии края. Предположим, что на решетку нормально падает плоская волна единичной амплитуды.

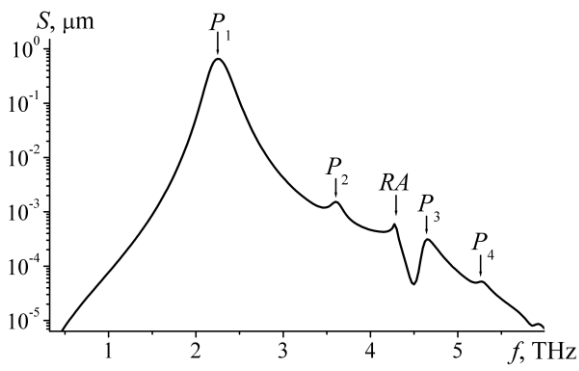


Рис. 2

На рис. 2 представлены зависимости  $S$  от частоты при  $d = 10 \mu m$ ,  $l = 70 \mu m$ ,  $\mu_c = 0.3 eV$ ,  $\tau = 1 ps$ ,  $T = 300 K$ . Как известно, графеновые ленты поддерживают плазмон-поляритонные волны и соответствующие плазмонные резонансы в нижнем терагерцовом диапазоне. Зависимости имеют максимумы вблизи плазмонных резонансов  $P_l$  и вблизи аномалии Релея  $RA$ . Причем, в отличие от случая бесконечной периодической решетки в случае нормального падения наблюдается возбуждение не только

нечетных, а также и четных плазмонных резонансов. Максимум вблизи первого плазмонного резонанса наиболее ярко выражен.

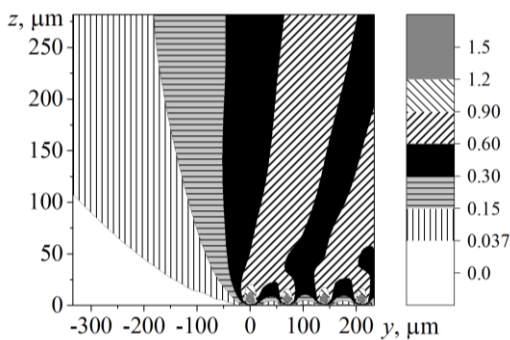


Рис. 3

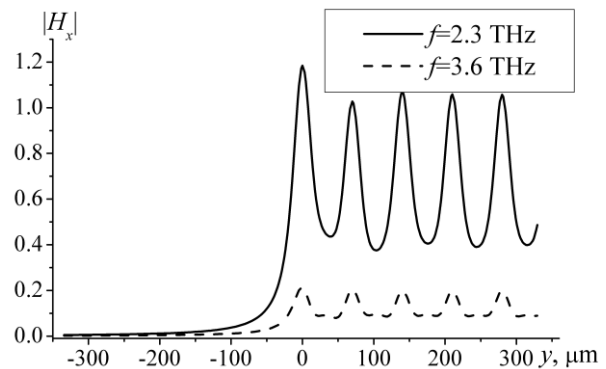


Рис. 4

На рис. 3 показано распределение отраженного поля  $|H^s(y, z)|$  в ближней зоне на частоте первого плазмонного резонанса,  $f \approx 2.3 THz$ . Параметры структуры выбраны такими же, как и для рис.2. Поле, рассеянное полубесконечной решеткой, имеет дискретный и непрерывный спектр. Поле плоской волны с номером  $l$  существует лишь в области  $\varphi > \varphi_l$ , где  $\varphi_l$  – угол распространения плоской волны [11, 15]. Поле цилиндрических волн существует во всем пространстве. Прямая  $\varphi = \varphi_l$  представляет собой граничную область или линию тени

[11]. При выбранных параметрах для рис. 3 в отраженном поле существует лишь основная мода Флоке. Ее поле и поле цилиндрических волн отчетливо видно на рис. 3 при  $y > 0$  и  $y < 0$  соответственно. На рис. 4 представлено распределение отраженного поля в области над решеткой при  $z = 0.1\lambda$  вблизи первых двух плазмонных резонансов. Параметры структуры выбраны такими же, как и на рис. 3. Функция  $|H^s(y, 0.1\lambda)|$  имеет максимумы над лентами. Амплитуда поля на частоте первого плазмонного резонанса значительно превышает амплитуду поля на частоте второго плазмонного резонанса, что полностью согласуется с рис. 2.

## Выводы

С помощью операторного метода исследованы электродинамические характеристики полубесконечной графеновой ленточной решетки в терагерцовом диапазоне длин волн. Оператор отражения одиночной ленты найден методом сингулярных интегральных уравнений. Наибольшее рассеяния краем и, как следствие, возбуждение цилиндрических волн, наблюдается вблизи плазмонных резонансов.

## Список литературы:

1. Xu Z., Wu D., Liu Y., Liu C., Yu Z., Yu L., Ye H. Design of a Tunable Ultra-Broadband Terahertz Absorber Based on Multiple Layers of Graphene Ribbons // *Nanoscale Res. Lett.* B. 2018. Vol. 13. P. 143-8.
2. Francescato Y., Giannini V., Yang J., Huang M., Maier S. A. Graphene sandwiches as a platform for broadband molecular spectroscopy // *ACS Photonics*. B. 2014. Vol. 1. No.5. P. 437-443.
3. Jornet J. M., Akyildiz I. F. Graphene-based plasmonic nano-antenna for terahertz band communication in nanonetworks // *IEEE J. Sel. Areas Communications*. B. 2013. Vol. 31. P. 685-694.
4. Nikitin A. Y., Guinea F., Garcia-Vidal F. J., Martin-Moreno L. Edge and waveguide terahertz surface plasmon modes in graphene microribbons // *Phys. Rev. B*. 2011. Vol. 84. P. 161407(R)-161407(4).
5. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Simulation of infinite periodic graphene planar grating in the THz range by the method of singular integral equations // *Turk. J. Elec. Eng. and Comp. Sci.* B. 2018. Vol. 26. No. 4. P. 1724-1735.
6. Zinenko T.L., Matsushima A., Nosich A.I. Surface-plasmon, grating-mode, and slab-mode resonances in the H- and E-Polarized THz wave scattering by a graphene strip grating embedded into a dielectric slab // *IEEE J. on Sel. Topics in Quantum Electronics*. B. 2017. Vol. 23. No. 4. P. 4601809.
7. Shapoval O. V., Gomez-Diaz J. S., Perruisseau-Carrier J., Mosig J. R., Nosich A. I. Integral equation analysis of plane wave scattering by coplanar graphene-strip gratings in the THz range // *IEEE Trans. on Terahertz Science and Technology*. B. 2013. Vol. 3. No. 5. P. 666-674.
8. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Modeling of graphene planar grating in the THz range by the method of singular integral equations // *Freq. B.* 2018. Vol. 72. No. 5-6. P. 277-284.
9. Fel'd Y. N. Electromagnetic wave diffraction by semi-infinite grating // *J Commun Technol EI+*. B. 1958. Vol. 3. P. 882-889.
10. Capolino F., Albani M. Truncation effects in a semi-infinite periodic array of thin strips: A discrete Wiener-Hopf formulation // *Radio Sci.* B.2009. Vol. 44. P.1-14.
11. Nishimoto M., Ikuno H. Analysis of electromagnetic wave diffraction by a semi-infinite strip grating and evaluation of end-effects // *Progr. Electromagn. Res. PIER*. B. 1999. Vol. 23. P. 39-58.
12. Nishimoto M., Ikuno H. Numerical analysis of plane wave diffraction by a semi-infinite grating // *T. IEE Japan*. B. 2001 Vol. 121-A. P. 905-910.
13. Литвиненко Л. М., Резник І. І., Литвиненко Д. Л. Дифракція хвиль на напівнескінченних періодичних структурах // *Доповіді АН Української РСР*. 1991. № 6. С. 62-66.
14. Kaliberda M. E., Pogarsky S. A. Operator method in a plane waveguide eigenmodes diffraction problem by finite and semiinfinite system of slots // *Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)*, Kharkov, Ukraine. B. 2012. P. 130-133.
15. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Diffraction of H-polarized electromagnetic waves by a multi-element planar semi-infinite grating // *Telecom. and Radio Eng.* B. 2015. Vol. 74. No. 9. P. 348-357.
16. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Diffraction of the H-polarized plane wave by a finite layered graphene strip grating // *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*. 2018.
17. Kaliberda M. E., Litvynenko L. N., Pogarskii S. A. Operator Method in the Analysis of Electromagnetic Wave Diffraction by Planar Screens // *J. of Commun. Technol. Electron.* 2009. Vol.54. No. 9. P. 975-981.
18. Lytvynenko L. M., Kaliberda M. E., Pogarsky S. A. Solution of Waves Transformation Problem in Axially Symmetric Structures // *Freq.* 2012. Vol. 66. No. 1-2. P. 17-25.

19. Гандель Ю. В. Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках // Электромагнитные явления. 1998. Т.1. №2. С.220-232.
20. Nosich A. A., Gandel Y. V., Magath T., Altintas A. Numerical analysis and synthesis of 2D quasi-optical reflectors and beam waveguides based on an integral-equation approach with Nystrom's discretization // J. Opt. Soc. Am. A. B. 2007. Vol. 25. P. 2831-2836.
21. Kaliberda M. E., Lytvynenko L. M., Pogarsky S. A. Method of singular integral equations in diffraction by semi-infinite grating: H -polarization case // Turk. J. of Electrical Eng. & Comp. Sci. B. 2017. Vol. 25. P. 4496-4509.
22. Hanson G. W. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene // J. Appl. Phys. B. 2008. Vol. 103. P. 064302.

*Харьковский национальный  
университет имени В.Н. Каразина;*

*Поступила в редколлегию 09.02.2019*